



Universidad
Carlos III de Madrid

Departamento de Ingeniería de Sistemas y
Automática

PROYECTO FIN DE CARRERA

AJUSTE DE CONTROLADORES FRACCIONARIOS BASADOS EN DIFFERENTIAL EVOLUTION

Autor: Carlos Pinto Gacio

Tutor: Fernando Martín Monar

Leganés, 3 de diciembre de 2014

Título: Ajuste de controladores fraccionarios basado en Differential Evolution

Autor: Carlos Pinto Gacio

Director:

EL TRIBUNAL

Presidente: Santiago Garrido

Vocal: Dorín Copaci

Secretario: Teresa Onorati

Realizado el acto de defensa y lectura del Proyecto Fin de Carrera el día 3 de diciembre de 2014 en Leganés, en la Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid, acuerda otorgarle la CALIFICACIÓN de

VOCAL

SECRETARIO

PRESIDENTE

AGRADECIMIENTOS

Después de todos estos años en la universidad, no sólo de instrucción, sino también de educación y crecimiento personal, únicamente tengo palabras de agradecimiento. A lo largo de estos cinco años, he aprendido valores muy importantes que me han hecho madurar y crecer como persona. Gracias a la universidad he tenido oportunidades que difícilmente puedan volver a repetirse, experiencias que quedan en mi memoria y que jamás olvidaré. Todavía recuerdo aquellos profesores que me marcaron desde el comienzo hasta el final: Francisco Marcellán, con su inteligencia y ejemplaridad, Dolores Blanco, que me introdujo el apasionante mundo del control y por la cual me atreví a matricularme en esta rama, Ernesto García, por sus infinitos conocimientos de Instrumentación y Electrónica, Froilán, con su exigencia y del que aprendí muchísimo o Francisco Rivera, por su cercanía e inteligente visión de negocio. No sólo éstos han formado parte de esta etapa, quisiera agradecer a todos y a cada uno empleados, tanto docentes y administrativos, e instituciones pertenecientes a la universidad que hacen posible su funcionamiento, que hace que todas las personas tengamos opción de acceso a una educación pública y de calidad cada día más inaccesible. Por otra parte y en particular, quiero agradecer todo el esfuerzo y comprensión dedicados a este proyecto por parte de mi tutor Fernando Martín Monar. Él me ha dado esta posibilidad y me ha enseñado todo lo que estoy reflejando en el día de hoy, además de poder aprender de él todo lo que sabe y ha investigado; sin duda, un ejemplo a seguir. También debo destacar la ayuda y el apoyo de Concha Monje, la cual nos ha guiado en varias ocasiones hacia la buena dirección durante la investigación.

Independientes del personal de la Escuela, aparecen muchas personas que han hecho que la vida en la facultad sea mucho más llevadera, llena de buenos momentos y situaciones inolvidables. Agradezco a todos aquellos compañeros de trabajo que me acompañaron en las becas que cursé en la universidad, por sus consejos e interés. Jamás me olvidaré de todos ellos y espero tenerlos presente a partir de este día para siempre: Manu, David, Pedro, Belén, Juan, Pablo, Cris, Luiso o Elena, entre muchos. De mis compañeros de primer año que se pasaron a Bolonia y que, todavía hoy, sigo viviendo día a día como Borja, Paula “La Gruncha” o Almudena, personas que me han ayudado en los peores momentos y siempre me han dado lo mejor de ellos, gracias. Por último, cerrando estos cinco años, me llevo las grandes personas, o personajes, como: Carlos, el *profe*, aquél que ha orientado y guiado en todo momento, dispuesto y honesto; Javi, aquél que me acompañó desde el primer minuto de la facultad, mi amigo y compañero; Miguel Quijano, persona increíble capaz de sacarnos una sonrisa en cualquier momento, el más divertido y mejor persona; y Arturo, la persona más inteligente que he conocido,

resolutivo y generoso, aquél con el que he compartido todos mis ratos y trabajos y que llevo en el corazón desde el primer día.

A pesar de haber estado prácticamente doce horas diarias en la universidad, también tuve vida fuera, momentos que compartir y disfrutar. No puedo olvidarme de todos los *Xancletas*, Noelia, Patri, Gerardo, Alba, *Maca*, *Saba* o *Chore*, personas magníficas que tengo la oportunidad de conocer y disfrutar, personas que me han alegrado un día malo o mejorado un día bueno, a todos ellos, gracias. Y, por supuesto, a Adri y Fer, amigos desde *parvulitos*, amigos de toda la vida que han estado presentes para lo bueno y lo malo, amigos del alma que siempre llevo en mí, de verdad, gracias, gracias por guiarme y aconsejarme, gracias por teneros cerca.

Por último, y no por ello menos importante, este día se lo debo al conjunto completo de mi familia. Gracias a mis tíos y primos, muy presentes en mi día a día, muy influyentes y, sobretodo, muy queridos. Gracias a mi tío Jesus, Olga y mis primas *prefes*, a mi tía Encarni, Esteban y mi primos Alberto y Elena, a mi tía Charo, Rafa y mis primos Sara y Pablo, mis cuñis Jaime, Teresita y Raúl, y a mi segunda familia Marina y Jose , gracias por hacer de esta, una familia completa y unida. Especial agradecimiento a mis abuelos, Juan y Emilia, y Jesús y Tomasa, de los cuales nació todo este núcleo, personas increíbles y maravillosas con los crecí durante mis largos primeros años y que siempre los tendré en mi corazón. Gracias a mis padres, por educarme, soportarme y sacarme adelante. Agradezco su insistencia y paciencia, agradezco que hayan dedicado su vida a sus hijos para que tuvieran lo mejor y no les faltara de nada. Sin ellos, nada de lo que somos sería posible.

Finalmente, gracias a las tres mujeres más importantes de mi vida, además de mi madre: Paula, Paulilla, la hermana pequeña no tan pequeña, la alegría de la casa y la persona que más dulzura derrocha. Gracias por aguantarme todos los días, todas las mañanas cantando y todos aquellos días que te *pinchaba*; Cintia, sobran todas las palabras, todo lo que hemos vivido juntos habla por sí solo. Eres la persona que realmente ha estado las veinticuatro horas a mi lado, que me has entendido, ayudado y apoyado, porque tú sabes lo que necesito en cada momento y el camino que debo tomar. Gracias a ti, por darme vida todos los días de mi vida, por darme alegría y felicidad; Y Sonia, gracias por convertirte en la otra mujer más importante cada día, gracias por apoyarme estos años de carrera cuando tenía que estudiar o estaba muy ocupado, gracias por entenderme, por mirarme y quererme con esa simple mirada. Muchas gracias, os quiero.

Termina esta etapa y empieza otra, sin embargo, empieza rodeado de los mejores, de un pequeño grupo que me ha hecho sentir fuerte y grande, donde cada uno tiene su momento. A todos ellos, gracias, gracias por acompañarme en este camino.

ABSTRACTO

En este documento se propone un nuevo método basado en conceptos de computación evolutiva para el ajuste de los parámetros de un controlador de orden fraccionario $PI^\lambda D^\mu$, en el cual el orden de la parte integral y derivativa, λ y μ , respectivamente, es fraccionaria. La principal ventaja de los controladores de orden fraccionario es que el incremento del número de parámetros en el controlador permite aumentar el número de especificaciones que pueden ser cumplidas. Un método basado en el algoritmo *Differential Evolution* es propuesto para llevar a cabo el ajuste del sistema para cumplir diferentes especificaciones de diseño tanto en el dominio temporal como en el frecuencial. Los resultados experimentales muestran que las especificaciones se han satisfecho completamente sobre la plataforma a controlar. Estos resultados son mostrados en el presente documento con el fin de ilustrar la efectividad del método que se ha implementado.

ÍNDICE GENERAL

1. Introducción	1
1.1 Introducción	1
1.2. Objetivos	3
1.3. Trabajos previos relacionados	4
1.4. Estructura de la memoria	8
2. Controladores PID	11
2.1. Controlador PID convencional	11
2.2. Controlador PID de orden fraccionario, o controlador $PI\lambda D\mu$	12
3. Ajuste del controlador	15
3.1. Técnicas de ajuste de un controlador	16
3.1.1. Método de Ziegler – Nichols	16
3.1.2. Método del lugar geométrico de las raíces	17
3.1.3. Algoritmo <i>Differential Evolution</i> (DE)	18
3.2. Integración del algoritmo DE en el ajuste de un controlador	19
3.2.1. Mutación, crossover y selección	21
3.2.2. Franja umbral	23
3.2.3. Mecanismo de rechazo	25
3.2.4. Convergencia y finalización	25
3.2.5. Función de coste	27
3.2.5.1. Ajuste del dominio temporal	30
3.2.5.2. Ajuste en el dominio frecuencial	32
3.2.5.3. Ajuste del dominio temporal y frecuencial	38
4. Resultados experimentales	41
4.1. Plataforma experimental	41
4.1.1. Estabilidad del sistema	43
4.2. Configuración de los parámetros del algoritmo DE	47
4.3. Resultados obtenidos	49
4.3.1. Resultados de la simulación	50
4.3.2. Resultados sobre el motor DC real	55
4.3.3. Comparación de resultados	58
4.3.3.1. Controlador $PI\lambda D\mu$ y controlador PID clásico	58
4.3.4. Resultados con otras funciones de ajuste	62
4.3.4.1. Ajuste en el dominio temporal	63
4.3.5. Comprobación en otros sistemas del trabajo desarrollado	67
5. Conclusiones	73
6. Trabajos futuros relacionados	75
7. Referencias	77

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Estructura de un sistema de control PID convencional	12
Figura 2. Plataforma real empleada: Motor DC.....	42
Figura 3. Diagrama de Bode la función de transferencia de la planta, G_p (23)	44
Figura 4. Respuesta de la planta sin controlador ante entrada escalón	46
Figura 5. Comportamiento del sistema sin controlar ante variaciones en la ganancia de la planta	47
Figura 6. Diagrama de Bode del sistema en lazo abierto $F(s)=C(s)G_p(s)$	51
Figura 7. Magnitud de $S(s)$ y $T(s)$, de arriba a abajo, respectivamente	52
Figura 8. Respuesta del sistema controlado ante entrada escalón con el controlador fraccionario $C(s)$ (26)	52
Figura 9. Comparación en la respuesta del sistema controlado y no controlado ante una entrada escalón	53
Figura 10. Acciones de control del sistema controlado y sin controlar, de izquierda a derecha, respectivamente.....	53
Figura 11. Respuesta del sistema controlado ante entrada escalón con el controlador fraccionario $C(s)$ (26) para ganancias variables de $G_p(s)$	54
Figura 12. Respuesta del motor DC ante entrada escalón con el controlador fraccionario $C(s)$ (26).....	56
Figura 13. Acción de control del controlador fraccionario $C(s)$ (26) sobre el motor DC.....	56
Figura 14. Respuesta del motor DC ante entrada escalón con el controlador fraccionario $C(s)$ (26) para ganancias variables de $G_p(s)$	57
Figura 15. Comparación entre control fraccionario y tradicional. Arriba izquierda: Respuesta escalón con control fraccionario. Arriba derecha: Respuesta escalón con control tradicional. Abajo izquierda: Acción de control del controlador fraccionario. Abajo derecha: Acción de control del control tradicional.....	59
Figura 16. Respuesta escalón para ganancias variables bajo el dominio en la frecuencia. Izquierda: PID de orden fraccionario. Derecha: PID tradicional....	60

Figura 17. Diseño del controlador bajo el dominio frecuencial para el motor DC real. Arriba izquierda: Respuesta ante entrada escalón con controlador fraccionario. Arriba derecha: Respuesta ante entrada escalón con controlador tradicional. Abajo izquierda: Acción de control del controlador fraccionario. Abajo derecha: Acción de control del controlador tradicional.....	61
Figura 18. Respuesta escalón para ganancias variables del motor DC controlado. Izquierda: PID de orden fraccionario. Derecha: PID tradicional	61
Figura 19. Diseño del controlador bajo el dominio temporal para el sistema $G_p(s)$. Arriba Izquierda: Respuesta ante entrada escalón del controlador fraccionario. Arriba izquierda: Respuesta ante entrada escalón del controlador tradicional. Abajo izquierda: Acción de control del controlador fraccionario. Abajo derecha: Acción de control del controlador tradicional.....	64
Figura 20. Comparación entre el sistema controlado y sin controlar en simulación. Izquierda: Respuesta ente entrada escalón con control fraccionario. Derecha: Respuesta ante entrada escalón sin control.....	65
Figura 21. Diseño del controlador bajo el dominio temporal para el motor DC real. Arriba izquierda: Respuesta ante entrada escalón con control fraccionario. Arriba derecha: Respuesta ante entrada escalón con control tradicional. Abajo izquierda: Acción de control del controlador fraccionario. Abajo derecha: Acción de control del controlador tradicional.....	65
Figura 22. Respuesta escalón para ganancias variables bajo el dominio temporal en simulación. Izquierda: PID de orden fraccionario. Derecha: PID tradicional...	66
Figura 23. Respuesta escalón para ganancias variables bajo el dominio temporal sobre el motor DC real. Izquierda: PID de orden fraccionario (28). Derecha: PID tradicional (29).....	67
Figura 24. Diagrama de Bode de la función de transferencia de la planta propuesta sin controlar.....	68
Figura 25. Diagrama de Bode de la función de transferencia de la planta propuesta controlada por $C(s)$ (31)	69
Figura 26. Diseño del controlador $C(s)$ (31) para la planta propuesta. Izquierda: Respuesta ante escalón. Derecha: Acción de control	70
Figura 27. Comportamiento de la señal de salida del sistema propuesto (30) controlado por $C(s)$ (31) ante una entrada escalón y variaciones en la ganancia de la planta	70

ÍNDICE DE ALGORITMOS

Algoritmo 1. Método <i>Differential Evolution</i> para el ajuste de un controlador PID, tradicional o fraccionario	20
Algoritmo 2. <i>Main</i> de la función de coste	29
Algoritmo 3. Opción de ajuste 1	31
Algoritmo 4. Opción de ajuste 2	37
Algoritmo 5. Opción de ajuste 3	39

1. Introducción

1.1 Introducción

En este documento se propone un nuevo método basado en conceptos de computación evolutiva para el ajuste de los parámetros de un controlador de orden fraccionario $PI^\lambda D^\mu$, en el cual el orden de la parte integral y derivativa, λ y μ , respectivamente, es fraccionaria. La principal ventaja de los controladores de orden fraccionario es que el incremento del número de parámetros en el controlador permite aumentar el número de especificaciones que pueden ser cumplidas. En trabajos previos realizados por los tutores del proyecto, se llevó a cabo un ajuste y autoajuste de los controladores de orden fraccionario para aplicaciones industriales, introduciendo éstos para mejorar el rendimiento del sistema de control y sacarle el mayor partido al orden fraccionario del controlador [1].

Es importante darse cuenta de que existe un amplio rango de problemas de control y, consecuentemente, también una necesidad para un gran rango de técnicas de diseño. También existen numerosos métodos de ajuste disponibles dado que el método de *Ziegler – Nichols* se ha ido sustituyendo por quedarse obsoleto en algunos aspectos, a pesar de su robustez. Desde el punto de vista de la investigación se observa que el desarrollo de métodos de diseño para el control clásico de orden entero y, especialmente, el control Proporcional-Integral-Derivativo (PID), está en descenso, pues surgen algunos problemas complicados pendientes de ser resueltos.

Así pues, por un lado, se explicarán los objetivos y el potencial de los controladores de orden fraccionario, y más concretamente, aquellos con la forma generalizada $PI^\lambda D^\mu$ tal y como se muestra en la siguiente expresión:

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s^\lambda} + k_d s^\mu, \quad (1)$$

donde λ y μ son los coeficientes de orden fraccionario de las partes integral y derivativa del controlador, respectivamente. Dado que este tipo de controlador tiene cinco parámetros a ajustar $(k_p, k_i, k_d, \lambda, \mu)$, las especificaciones de diseño ascienden hasta cinco para que el controlador sea conocido, lo que se traduce en dos especificaciones más que para el caso de los controladores PID tradicionales.

1.1 Introducción

Esto es vital para el estudio de qué especificaciones son más interesantes para las cuestiones de rendimiento y robustez, pues el objetivo es obtener un sistema de control capaz de solventar las incertidumbres de la planta, es decir, las posibles perturbaciones y los problemas del ruido de alta frecuencia. Todas estas restricciones se tendrán en cuenta en la técnica evolutiva propuesta en el trabajo además de sacarle partido a las ventajas de estos controladores.

Por otra parte, en este trabajo se propone un método basado en la evolución genética para hacer que el sistema cumpla diferentes especificaciones de diseño, tanto en el dominio temporal como en el frecuencial, e incluso su combinación. Se pretenden explotar todas aquellas ventajas que son adquiridas a la hora de ajustar dichos controladores a través del algoritmo evolutivo o genético, el algoritmo *Differential Evolution* (DE), e investigado anteriormente por mis tutores [2].

El DE es un simulador del mecanismo evolutivo de la naturaleza y caracterizados por su flexibilidad, pues son capaces de optimizar cualquier proceso de cálculo y resolución de problemas a través de una función de coste debidamente implementada. Simplemente necesita el valor adaptativo el cual es evaluado desde esta función de coste. Además, otra ventaja de este algoritmo es que se ajusta perfectamente a la simulación con números complejos o problemas de no linealidad.

Por todo esto resulta interesante elaborar una implementación conjunta con el fin de combinar ambos conceptos, es decir, el uso de los controladores fraccionarios para el control de sistemas y el empleo del algoritmo DE para el ajuste de los mismos. La aplicación de estos conceptos, junto con la combinación de los parámetros de ajuste y las restricciones de optimización en la función de coste se traducirá en la obtención de la solución óptima del controlador en cuestión, el controlador $PI^\lambda D^\mu$.

En nuestro desarrollo particular de la investigación, la función de ajuste se ha centrado en el cumplimiento de alcanzar unas especificaciones de diseño basadas en el dominio de la frecuencia. Además de asegurarse un buen comportamiento temporal y de estabilidad del sistema controlado, el algoritmo implementado pretende conseguir un controlador PID de orden fraccionario para hacer el sistema controlado robusto frente a variaciones de la ganancia de la planta. Este comportamiento es la traducción de conseguir un controlador que proporcione una fase plana alrededor de la frecuencia de cruce de ganancia del sistema controlado en lazo abierto.

Evidentemente es necesario comprobar los resultados proporcionados por el algoritmo DE sobre una plataforma real. En nuestro caso particular, hemos empleado un motor de corriente continua cuya función de transferencia ha sido previamente identificada para poder llevar a cabo la simulación. Los controladores

resultantes del algoritmo implementado han satisfecho las condiciones a cumplir tanto en un entorno de simulación como en un entorno real. Cabe destacar que tanto el entorno de simulación como el entorno real experimentales se ha desarrollado bajo las posibilidades que ofrece el software Matlab y su herramienta *Simulink*.

En primer lugar, se ha confirmado el éxito del empleo del algoritmo DE para el ajuste de un controlador PID, ya sea de orden entero o fraccionario, para cumplir unas especificaciones dadas bien en el dominio temporal o bien en el dominio frecuencial.

En segundo lugar, para el caso particular del diseño de un controlador para la cumplimentación de propiedades del sistema definidas en el dominio frecuencial, los resultados han sido excelentes tanto en el entorno de simulación como para la planta real en la cual se han ensayado los resultados. Esto significa que, el comportamiento del sistema controlado ante la variación forzosa en la ganancia de la planta no ha sufrido significantes variaciones en la señal de salida ante una señal de entrada escalón.

En conclusión, los resultados experimentales muestran que las especificaciones de diseño debidamente implementadas en la función de coste perteneciente al algoritmo DE se han satisfecho completamente sobre la plataforma de trabajo a controlar. Estos resultados son ilustrados en el presente documento con el fin de mostrar la efectividad en el uso de los controladores de orden fraccionario utilizados y obtenidos a través del método desarrollado.

1.2. Objetivos

Los objetivos fundamentales del trabajo que hemos llevado a cabo pueden observarse a continuación

A. Empleo de controladores de orden fraccionario

El primer objetivo al que nos enfrentamos es el empleo de controladores de orden fraccionario para el control de diferentes plantas. Para ello debemos entender bien su funcionamiento y sus particularidades.

B. Implementación del algoritmo DE

En segundo lugar, el objetivo del presente trabajo es incorporar y adaptar la funcionalidad de técnicas evolutivas en ingeniería de control con la implementación del algoritmo DE.

1.3. Trabajos previos relacionados

C. Ajuste de controladores fraccionarios basado en el algoritmo DE

Sin lugar a dudas, el mayor reto con el que nos encontramos es el integrar el algoritmo DE para el ajuste de los parámetros de controladores de orden fraccionario de tal forma que consigamos explotar las ventajas que el método de optimización nos ofrece para nuestra aplicación en particular consistente en el ajuste de controladores fraccionarios.

D. Obtener un sistema robusto ante variaciones de la ganancia de la planta

Una vez hayamos conjugado los conceptos principales anteriores, el objetivo de este trabajo es la obtención de un controlador de orden fraccionario resultante del proceso de optimización brevemente descrito capaz de hacer que un sistema sea robusto ante la modificación de la ganancia de la planta. Para lograr tal objetivo es necesario obtener una fase plana alrededor de la frecuencia de cruce de ganancia del sistema controlado en lazo abierto.

E. Desarrollo de diferentes funciones de coste

A pesar de que el objetivo principal de nuestra investigación se obtenga a través de una función de coste que evalúa el grado de cumplimiento de una solución proporcionada respecto a unas especificaciones de diseño definidas en el dominio de la frecuencia, en el presente trabajo se proponen, además, otras dos funciones de coste. La primera de ellas, pretende converger a una solución que consiga unas propiedades determinadas en una respuesta temporal del sistema controlado ante una señal de entrada escalón. La otra función de coste desarrollada, trata de explotar las ventajas ofrecidas por los diseños de un controlador tanto en el dominio temporal y frecuencial de tal forma que combine las especificaciones de diseño definidas en cada una de éstas.

1.3. Trabajos previos relacionados

Actualmente, la mayor comprensión del potencial del cálculo fraccionario y el incremento del número de estudios relacionados con las aplicaciones de los reguladores de orden fraccionario en una gran cantidad de diferentes campos de la ciencia e ingeniería han permitido un importante estudio tanto del análisis, del diseño, del ajuste como de la implementación de este tipo de controladores.

El cálculo fraccional es una generalización de la integración y diferenciación de operadores fundamentales de orden no entero, es decir, fraccionarios, del tipo ${}_aD_t^\alpha$, donde a y t son los límites y α ($\alpha \in \mathbb{R}$) es el orden de la operación. Entre muchas diferentes definiciones, dos comunes usadas para las operaciones

fraccionarias integro-diferenciales es la definición de *Grünwald – Letnikov* (GL, adelante) y la de *Riemann – Liouville* (RL, en adelante) (Podlubny, 1999^a).

La definición de GL es la siguiente:

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} h^{-\alpha} \sum_{j=0}^{\left\lfloor \frac{t-a}{h} \right\rfloor} (-1)^j \binom{\alpha}{j} f(t - jh), \quad (2)$$

donde $\lfloor \cdot \rfloor$ corresponde a la parte entera de la operación.

Por otra parte, la definición que proporciona RL es:

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n - \alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t - \tau)^{\alpha - n + 1}} d\tau, \quad (3)$$

para $(n - 1 < \alpha < n)$ y donde $\Gamma(\cdot)$ es la función *gamma de Euler*.

Por su potente interés, el conocimiento sobre el dominio de Laplace es comúnmente usado para definir la operación fraccional integro-diferencial. La transformada de Laplace del integral/derivativo fraccionario (3) de RL bajo condiciones iniciales nulas para el orden α ($0 < \alpha < 1$) viene dado por:

$$\mathcal{L}\{ {}_a D_t^{\pm\alpha} f(t) \} = s^{\pm\alpha} F(s). \quad (4)$$

Aunque los operadores de orden fraccionario son tan viejos como los enteros, el uso de los primeros y, sobretodo, su investigación, viene siendo más popular en las últimas décadas. El interés teórico y práctico de estos operadores está, a día de hoy, más que implantado y su aplicabilidad a la ciencia e ingeniería puede ser considerada como la emersión de un nuevo campo de investigación. Dentro de estos operadores, para control automático y robótica son de especial interés los operadores fraccionarios integro – diferenciales.

El primer investigador que escribió sobre el interés en incluir un operador fraccionario integro – diferencial en un lazo de realimentación podría haber sido Bode [3]. Un estudio más profundo y comprensivo se llevó a cabo algunos años después. Bode diseñó un amplificador realimentado con la pretensión de obtener una respuesta de lazo cerrado invariante ante los cambios en la ganancia del amplificador.

1.3. Trabajos previos relacionados

Este problema fue resuelto a través de un sofisticado método que el autor llamó la característica límite ideal, y ahora es conocida como la función de transferencia realimentada ideal.

Esta solución fue, básicamente, un integrador fraccionario con la función de transferencia que se muestra a continuación conocida como función ideal de transferencia de Bode:

$$G(s) = \left(\frac{\omega_{cg}}{s} \right)^\alpha, \quad (5)$$

donde ω_{cg} es la frecuencia de cruce de ganancia y la constante del margen de fase es $\varphi_m = \pi - \alpha \frac{\pi}{2}$.

Existen diferentes métodos que se apoyan en este conocimiento de la frecuencia característica porque es muy interesante en términos de robustez del sistema ante cambios en sus parámetros o inclusión de perturbaciones. En realidad, el integrador fraccionario puede ser usado como un sistema de referencia alternativa para el control, considerando sus propiedades [4].

El primer paso hacia la implementación del cálculo fraccionario en control permitió la adaptación de los conceptos de control fraccionario a los métodos de control basados en la frecuencia.

La respuesta frecuencial y transitoria de este operador integral fraccionario y su aplicación al control de sistemas fue introducida por Manabe [5] y, más recientemente, por Barbosa, Tenreiro y Ferreira [6].

Profundizando en el control automático, Oustaloup [7] estudió los algoritmos de orden fraccionario para el control de sistemas dinámicos y probó un comportamiento superior frente al método CRONE (*Commande Robuste d'Ordre Non Entier*) sobre los controladores PID convencionales. Hay tres generaciones de controladores CRONE y Oustaloup, Levron, Nanot and Mathieu [8] se centran en la más moderna.

Posteriormente, en 1999, Podlubny [9] propuso una variante al controlador PID convencional denominado controlador $PI^\lambda D^\mu$, en el cual se incluía un integrador de orden λ y un derivador de orden μ .

En esta investigación, se pretende demostrar que este tipo de regulador de orden fraccionario presenta una mejor respuesta, en comparación con el controlador PID tradicional, cuando es usado para el control de sistemas.

Un estudio en el dominio de la frecuencia a través del uso de controladores PID de orden fraccionario también fue estudiado por Vinagre, Podlubny, Dorcák y Feliu, [10].

Muchos investigadores han estado trabajando en el desarrollo de nuevas técnicas efectivas de ajuste para estos controladores de orden no entero a partir de una ampliación de los métodos clásicos de control. Caponetto, Fortuna y Porto [11] han demostrado que la extensión de los órdenes derivativo e integral de números no enteros proporcionan una estrategia de ajuste más flexible y, además, una mayor facilidad para cumplir con las especificaciones de control respecto a los controladores clásicos.

Leu, Tsay y Hwang [12] han elaborado un controlador PID de orden fraccionario basado en márgenes específicos de ganancia y de fase bajo el criterio del error integral cuadrático. Otros investigadores [13, 14, 15] sacan más partido a los operadores fraccionarios del PID en la acción de control para diseñar un controlador más efectivo con el objetivo de ser usado en modelos rutinarios de la vida real.

Barbosa, Tenreiro, Ferreira [6, 16, 17] han enfocado el ajuste de los controladores PID convencionales minimizando una función de penalización que refleja qué de lejos se encuentra la respuesta de este control respecto a una función de transferencia fraccionaria deseada. Chen y otros investigadores [18, 19] emplean una estrategia similar.

Una nueva estrategia de control para el control de sistemas de primer orden con retraso (*delay*) es propuesto por Chen, Vinagre, Monje [20] and Monje, Calderón, Vinagre [21]. Este último trabajo, se consideró una potencial restricción de tal forma que se fuerce la fase del sistema en lazo abierto a ser plano alrededor de la frecuencia a la ganancia de cruce.

El cálculo fraccionario también abarca otro tipos de estrategias de control distintas a las mencionadas anteriormente sobre controladores PID. En lo que a nuestro trabajo concierne, los controladores H_2 y H_∞ , por ejemplo, Malti, M. Aoun, O. Cois, A. Oustaloup, F. Levron [22] debaten sobre la estimación de la norma H_2 de un sistema fraccionario SISO (*Simple Input Simple Output*), sin aplicar el resultado en el desarrollo del controlador. Además, Petráš y Hypiusova [23] proponen el ajuste de controladores tipo H_∞ para sistemas fraccionarios SISO mediante minimización numérica.

En los últimos años, las aplicaciones del cálculo fraccionario en control y su desarrollo son numerosas. En el trabajo de Yago Sánchez [24], se aplica sobre el control de estructuras viscoelásticas. Además, también se aplica el control para

1.4. Estructura de la memoria

aplicaciones como transmisión flexible [25], suspensión activa [26], convertidor de potencia *buck* [27, 28] o actuador hidráulico [29].

El control fraccionario de robots rígidos es el objetivo en los estudios de Fonseca y Tenreiro [30] o Tenreiro y Azenha [31], mientras que Sabatier y Oustaloup [32], Petráš y Vinagre [33], Petráš, Vinagre, Dorcák, Feliu [34] o Vinagre, Petráš, Dorcák [35] proponen un control de un sistema térmico. Además, es posible encontrar otras aplicaciones como el control de canales de riego principales [36] o el profundo análisis de sistemas eólicos [37].

Atendiendo a la implementación de controladores de orden fraccionario podemos encontrar las publicaciones de Valério [38] sobre aproximaciones de sistemas de orden fraccionario, tanto continuos como discretos. Otras referencias de importancia en el campo recientes son las de Chen y Moore [39], Monje [40], Oustaloup, Levron, Nanot, Mathieu [8], Podlubny, Petrás, Vinagre, O'Leary, Dorcák [41], Vinagre, Podlubny, Dorcák y Feliu [10] y Chen y otros compañeros [18, 19].

Como punto y aparte, queda claro que los controladores de orden fraccionario y sus aplicaciones se están convirtiendo en un potencial campo de investigación. Por supuesto que existen otros estudios publicados sobre el tema en cuestión, sin embargo, no han sido mencionados en la presente sección por su irrelevancia para el objetivo de este trabajo.

1.4. Estructura de la memoria

Para facilitar la lectura de la memoria, se incluye a continuación un breve resumen de cada capítulo.

El primer capítulo introducirá la motivación del proyecto, su importancia y su funcionalidad, así como trabajos e investigaciones previas a la elaboración del presente trabajo. Además, se presentarán los principales objetivos que se abordarán a lo largo del documento.

Las nociones detalladas sobre los controladores PID que emplearemos en el trabajo realizado serán descritas en la segunda sección. Se explicarán y distinguirán las diferencias existentes entre los controladores PID de orden entero, o tradicionales, y los controladores $PI^\lambda D^\mu$, o de orden fraccionario.

Posteriormente, en el capítulo tercero, se describirán brevemente las técnicas tradicionales para el ajuste y diseño de controladores PID más empleadas en la Ingeniería de Control con el fin de tener una mayor comprensión acerca del porqué del empleo del ajuste propuesto basado en conceptos computacionales evolutivos.

Por otra parte, en este capítulo también se realizará una profunda descripción del funcionamiento y del potencial del algoritmo *Differential Evolution* empleado para llevar a cabo el diseño de los controladores PID.

En el capítulo cuarto se desarrollan e ilustran todos los objetivos del proyecto planteados en la sección 1.2. En primer lugar, la planta experimental que se emplea es presentada y analizada, así como el proceso de identificación de la función de transferencia que la define. Posteriormente, después de explicar la configuración de los parámetros relativos al algoritmo DE, se presentan las propuestas de diferentes tipos de controladores tanto en el entorno de simulación como en el real resultantes del proceso de optimización computacional. Tal ilustración está formada principalmente por controladores PID de orden fraccionario y de orden entero tanto para cumplir las especificaciones de diseño basadas en el dominio frecuencial como temporal llevando a cabo, además de una instructiva comparación y análisis de los resultados obtenidos. Por último, este capítulo también comprende una sección de demostración sobre el correcto funcionamiento del trabajo elaborado aplicado sobre otro sistema en un entorno de simulación.

Finalmente, los capítulos quinto, sexto y séptimo hacen referencia a las conclusiones, los trabajos futuros relacionados y la bibliografía, respectivamente, relacionados con la elaboración y análisis del proyecto realizado.

1.4. Estructura de la memoria

2. Controladores PID

Para una mayor comprensión del trabajo que desarrollaremos a lo largo del documento, a continuación se introducirá el funcionamiento básico de los controladores PID convencionales de tal forma que entendamos con mayor claridad el funcionamiento de aquellos de orden fraccionario.

2.1. Controlador PID convencional

La estructura de un sistema de control PID convencional se muestra en la figura 1. Como puede observarse en esta figura, el sistema de control está principalmente formado por el controlador PID, la planta a controlar y el lazo de realimentación.

De la misma forma que un controlador lineal, se genera el sistema de desviación $e(t)$ el cual es producido en concordancia con el valor de $r(t)$ y el actual valor de la salida $y(t)$, tal y como se muestra en la ecuación (6). El resultado de la señal de control es la combinación lineal de la parte proporcional, derivativa e integral de desviación, así como la propia señal de control sobre la planta. La ecuación que describe la ley de control PID en el dominio temporal viene definida por la expresión (7), mientras que en el dominio de Laplace sería la expresión (1) descrita en la sección anterior.

$$e(t) = r(t) - y(t), \quad (6)$$

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(t) dt + k_d \frac{de(t)}{dt}, \quad (7)$$

donde k_p , k_i y k_d son las constantes proporcional, integral y derivativa, respectivamente. La función de cada una de las constantes mencionadas se describen a continuación.

k_p , la constante proporcional, es introducida para reflejar puntualmente la señal de desviación del sistema de control. Una vez la señal $e(t)$ aparece, el operador proporcional inmediatamente produce un papel regulatorio, por lo que la señal de desviación del sistema cambia rápidamente al decremento de la tendencia en la respuesta. Cuando k_p tiene un valor alto, el controlador PID acelerará la respuesta de ajuste. Sin embargo, cuando la constante proporcional tiene un valor demasiado

2.2. Controlador PID de orden fraccionario, o controlador $PI\lambda D\mu$

elevado, el proceso de regulación provocará la aparición de mayor sobreoscilación en la respuesta del sistema y, por lo tanto, reducirá la estabilidad del mismo.

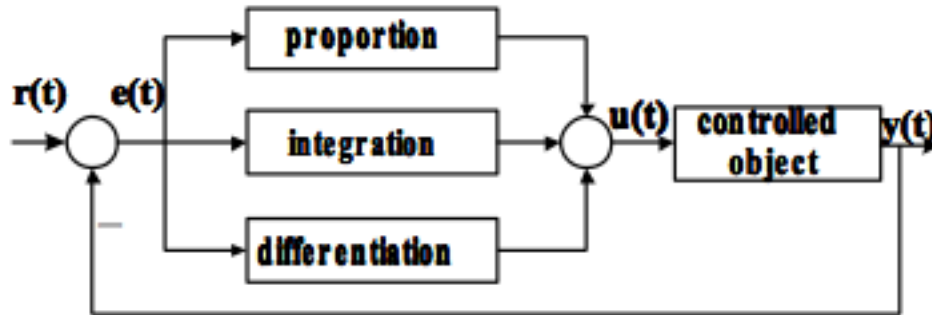


Figura 1. Estructura de un sistema de control PID convencional

La constante integral, k_i , se usa principalmente para eliminar el error en régimen permanente y mejorar el grado de no error del sistema, así como para asegurar el seguimiento nulo del error estático sobre la configuración. De igual manera que ocurre con la constante proporcional, la influencia de k_i sobre el control de la planta depende del valor de éste. En resumidas cuentas, a un valor de k_i más grande, la acción integral es más débil y la sobreoscilación mayor.

Por último, la constante diferencial, k_d , es capaz de prever la tendencia (el rango de cambio) de la señal de desviación e introducir una eficaz señal de corrección antes de que la señal de desviación se incremente descontroladamente. A efectos prácticos, k_d puede acelerar la velocidad de operación del sistema en detrimento del tiempo de estabilización.

Por lo tanto, el objetivo de cualquier diseñador de controladores PID convencionales, es decir, de orden entero, es ajustar los tres parámetros descritos anteriormente de forma óptima de tal forma que se cumplan unos requisitos o especificaciones de diseño.

Existen diferentes métodos analíticos o empíricos para la optimización del control de sistemas, sin embargo, dado que nuestro trabajo consiste precisamente en la implementación de un algoritmo de ajuste, únicamente estos métodos se describirán brevemente en subsecciones posteriores.

2.2. Controlador PID de orden fraccionario, o controlador $PI^\lambda D^\mu$

Como hemos mencionado anteriormente, el objetivo de nuestro trabajo es el empleo de controladores PID de orden fraccionario, esto es, la introducción de

operadores fraccionarios en los parámetros de ajuste de los controladores PID convencionales.

Particularmente profundizaremos en el diseño y ajuste de lo que se conoce como controlador $PI^\lambda D^\mu$. Como se introdujo en la primera sección, esta rama de controladores PID introduce órdenes no enteros a la parte integral y derivativa de los controladores PID clásicos. Este operador es visible en la propia ecuación del controlador (1) ya mostrada en el capítulo introductorio del presente trabajo.

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s^\lambda} + k_d s^\mu, \quad (1)$$

donde λ y μ son los órdenes no enteros introducidos en las partes integral y derivativa, respetivamente. El resto de parámetros, k_p , k_i y k_d , son las ganancias proporcional, integral y derivativa del controlador PID clásico, respectivamente.

Como puede observarse de la ecuación (1), estos controladores particulares introducen dos parámetros de ajuste adicionales respecto a los controladores PID convencionales, lo cual se traduce en la posibilidad de introducir dos especificaciones de diseño adicionales. Esta consecuencia en el diseño es crucial para determinar y analizar qué especificaciones son más interesantes desde el punto de vista de robustez, rendimiento y respuesta del sistema global.

A continuación se describirán algunas consideraciones previas respecto el uso de la ecuación (1). En primer lugar, debidamente implementado, un integrador fraccional de orden $k + \alpha$ (donde $k \in \mathbb{N}$ y $0 < \alpha < 1$) es, respecto a la cancelación del error en régimen permanente, tan eficiente como un operador integral de orden entero $k + 1$. Sin embargo, aunque los estados del teorema del valor final que el sistema fraccionario exponen un error en régimen permanente nulo siempre que $\alpha > 0$, el hecho de ser $\alpha < 1$ hace que la convergencia de la salida a su valor final sea más lenta que en el caso del empleo de un controlador de orden entero.

Además, el efecto del orden fraccionario tiene que estar limitado cuando es implementado. Por otro lado, el integrador fraccionario debe ser debidamente implementado como $1/s^\alpha = (1/s)s^{1-\alpha}$, de tal forma que se asegure el efecto de un integrador entero $1/s$ a muy baja frecuencia.

Análogamente al integrador fraccionario, el operador derivativo fraccionario, s^μ , también tiene que estar frecuencialmente limitado cuando es implementado,

2.2. Controlador PID de orden fraccionario, o controlador $PI\lambda D\mu$

asegurando así un esfuerzo de control finito y un rechazo del ruido a altas frecuencias.

Por otra parte, cuando los controladores de orden fraccionario tienen que ser implementados o simulaciones tienen que ser representadas, las funciones de transferencia fraccionarias son normalmente sustituidas por una función de transferencia de orden entero con un comportamiento relativamente similar al deseado pero mucho más manipulable.

Existen muchas formas diferentes de encontrar tales aproximaciones, sin embargo, desafortunadamente no es posible asegurar que una de ellas sea la mejor, pues incluso aunque algunas de ellas son mejores que otras atendiendo a sus características, el potencial relativo de cada aproximación depende, en gran parte, del orden de diferenciación, o de si alguna de éstas es más interesante en el comportamiento frecuencial o de la respuesta temporal o de otros factores de este tipo. Una buena descripción relativa a lo mencionado puede encontrarse en los textos de Valério o de Vinagre, Podlubny, Hernández y Feliu.

En nuestro trabajo, el método de ajuste explotado para el cálculo de los parámetros del controlador es el algoritmo DE. Dicho método es una técnica de optimización basado en una población cuyos miembros tratan de converger a una solución óptima de acuerdo a unas especificaciones dadas a través de una función de ajuste.

Por lo tanto, para nuestro caso de estudio, cada miembro de la población está compuesto por cinco parámetros, los cuales corresponde a cada uno de los componentes de ajuste del controlador.

Así pues, si la función de coste es propiamente escogida, las especificaciones deseadas podrán ser conocidas a través del algoritmo planteado.

El funcionamiento e implementación del algoritmo DE y otras funciones de ajuste desarrolladas para cumplir diferentes especificaciones de diseño se detallan con mayor profundidad en la siguiente sección del presente documento.

3. Ajuste del controlador

El objetivo principal de esta sección es mencionar brevemente algunas técnicas tradicionales de diseño de controladores PID, así como explotar y detallar el potencial del empleo del algoritmo DE en nuestro trabajo.

Los sistemas de control se diseñan para realizar tareas específicas. Los requerimientos impuestos sobre el sistema de control se detallan como especificaciones de diseño que, por lo general, se refieren a la precisión, la estabilidad relativa y la velocidad de respuesta. Sin embargo, como se comentará posteriormente, nuestro trabajo tratará de explotar las ventajas que nos ofrece el dominio frecuencial del sistema.

Para problemas de diseño rutinarios, las especificaciones de diseño se proporcionan en términos de valores numéricos precisos. En otros casos, se ofrecen parcialmente en términos de valores numéricos precisos y parcialmente en términos de planteamientos cualitativos. En este último caso, puede ser necesario modificar las especificaciones durante el curso del diseño, ya que es posible que las especificaciones proporcionadas nunca se cumplan (debido a requerimientos que producen conflicto) o conduzcan a un sistema muy costoso.

Por lo general, las especificaciones de diseño no deben ser más rigurosas de lo necesario para efectuar la tarea definida. Si la precisión de una operación en estado estable es de importancia vital para determinar el sistema de control, no debemos solicitar especificaciones más rígidas de lo necesario sobre la respuesta transitoria, dado que tales especificaciones requerirían de componentes costosos. Recuerde que la parte más importante de un sistema de control es el planteamiento preciso de las especificaciones de diseño a fin de producir un sistema de control óptimo para el propósito determinado.

Al desarrollar un sistema de control, sabemos que la modificación adecuada de la dinámica de la planta puede ser una forma sencilla de cumplir las especificaciones de diseño. Sin embargo, tal vez esto no sea posible en muchas situaciones prácticas, debido a que la planta esté fija y no pueda modificarse. En este caso, deben ajustarse parámetros diferentes a los que tiene la planta fija.

Por tanto, los problemas de diseño son aquellos que implican la mejora del desempeño de un sistema mediante la inserción de un compensador. La compensación de un sistema de control se reduce al diseño de un filtro cuyas características tiendan a compensar las características inconvenientes o inalterables de la planta. Nuestro análisis se limita al ajuste de controladores tanto

3.1. Técnicas de ajuste de un controlador

de orden entero como fraccionario y, por lo tanto, no emplearemos técnicas de compensación del sistema.

3.1. Técnicas de ajuste de un controlador

Como es evidente, existen otras técnicas tradicionales en el ajuste de controladores PID. De forma ilustrativa e introductoria, mencionaremos algunos de ellos de tal forma que podamos posteriormente observar las diferencias respecto al método de optimización para el ajuste de éstos empleado en nuestro trabajo, es decir, el algoritmo *Differential Evolution*, o DE.

3.1.1. Método de Ziegler – Nichols

El diseño de controladores, tal como se mostró en la sección anterior, se realiza en función del conocimiento del proceso, es decir, a partir del modelo del proceso, del esquema de control y de las restricciones que se le imponen al mismo. A diferencia de ello, la sintonización de los controladores se realiza sin que se disponga de dicha información y resulta sumamente útil en los casos en que la obtención del modelo del proceso es muy engorrosa. Los métodos de diseño utilizan restricciones particulares impuestas a la respuesta deseada que permiten determinar con precisión los parámetros del controlador, en tanto que en el caso de la sintonización de un controlador, dichos parámetros se van ajustando de forma tal que se obtenga una respuesta temporal aceptable.

Los métodos de sintonización están basados en estudios experimentales de la respuesta al escalón de diferentes tipos de sistemas, razón por la cual los parámetros del controlador que se determinan utilizando estas metodologías podrían dar como resultado una respuesta medianamente indeseable. Es por ello que dichos parámetros se utilizan como punto de partida para la definitiva sintonización de los mismos, lo cual se realizará ajustándolos finamente de forma tal que se logre obtener la respuesta deseada.

En esta sección se mostraran dos reglas de sintonización de controladores desarrolladas por Ziegler y Nichols, las cuales simplifican altamente el problema de fijar los parámetros de un controlador. Dichas reglas podrían no ser la mejor alternativa pero su sencillez y disponibilidad las mantienen como una fuerte opción aún hoy en día.

En el primer método la respuesta de la planta al aplicar un escalón unitario debe tener el aspecto de una curva en forma de S en el caso en que la curva no presente esta dicha forma, no es posible aplicar el método. Si la planta incluye integradores

o polos dominantes complejos conjugados, la respuesta al escalón unitario no será como la requerida y no podrá utilizarse el método. La respuesta al escalón se obtiene experimentalmente y a partir del proceso puede ser aproximado a una función de transferencia. Una vez se han identificado los parámetros de esta función de transferencia aproximada se fijarán los parámetros del controlador según una tabla estandarizada.

El segundo método solamente puede aplicarse cuando un proceso a lazo cerrado presenta una respuesta que oscile continuamente para un valor específico de su ganancia a lazo abierto, es decir, el sistema a lazo cerrado tiene una ganancia crítica, la cual corresponde con el límite de estabilidad del sistema a lazo cerrado. Tanto la ganancia crítica como el periodo crítico pueden ser determinados de forma experimental, a partir de los cuales los parámetros del controlador puede ser fijados según otra tabla estándar de ajuste. Adicionalmente, si se conoce la función de transferencia del proceso los valores de la ganancia y del periodo críticos podrán ser obtenidos teóricamente utilizando el criterio de estabilidad de Routh-Hurwitz. Al igual que en el primer método, los parámetros determinados a través de la tabla servirán como inicio a partir de los cuales se ajustarán los mismos hasta lograr la respuesta deseada.

3.1.2. Método del lugar geométrico de las raíces

Otra técnica de ajuste de controladores PID es el método gráfico basado en el lugar de las raíces. El método del lugar geométrico de las raíces es un enfoque gráfico que permite determinar las ubicaciones de todos los polos en lazo cerrado a partir de las ubicaciones de los polos y ceros en lazo abierto conforme algún parámetro (por lo general la ganancia) varía de cero a infinito. El método produce un indicio claro de los efectos del ajuste del parámetro.

En la práctica, una gráfica del lugar geométrico de las raíces de un sistema indica que el desempeño deseado no puede obtenerse con sólo el ajuste de la ganancia. De hecho, en algunos casos, tal vez el sistema no sea estable para todos los valores de ganancia. En este caso, es necesario volver a construir los lugares geométricos de las raíces para cumplir las especificaciones de desempeño.

Cuando se diseña un sistema de control, si se requiere de un ajuste diferente al de la ganancia, debemos modificar los lugares geométricos de las raíces originales insertando un compensador conveniente. Una vez comprendidos los efectos de la adición de los polos y/o ceros sobre el lugar geométrico de las raíces, podemos determinar con facilidad las ubicaciones de los polos y los ceros del compensador que volverán a dar una forma conveniente al lugar geométrico de las raíces.

3.1. Técnicas de ajuste de un controlador

En esencia, en el diseño realizado mediante el método del lugar geométrico de las raíces, los lugares geométricos de las raíces del sistema se vuelven a construir mediante el uso de un compensador, a fin de poder colocar un par de polos dominantes en lazo cerrado en la posición deseada. A menudo se especifican el factor de amortiguamiento relativo y la frecuencia no amortiguada natural de un par de polos dominantes en lazo cerrado que, como ya comentamos, no serán nuestras especificaciones estrella en el ajuste del controlador a través del algoritmo DE.

La adición de un polo a la función de transferencia en lazo abierto tiene el efecto de jalar el lugar geométrico de las raíces a la derecha, lo cual tiende a disminuir la estabilidad relativa del sistema y alentar el asentamiento de la respuesta. Recordemos que, la adición de los controles integrales añade un polo en el origen, con lo cual el sistema se vuelve menos estable.

La adición de un cero a la función de transferencia en lazo abierto tiene el efecto de desplazar el lugar geométrico de las raíces hacia la izquierda, con lo cual el sistema tiende a ser más estable, y se acelera el asentamiento de la respuesta. Físicamente, la adición de un cero a la función de transferencia de la trayectoria directa significa agregar al sistema un control derivativo. El efecto de tal control es introducir un grado de previsión al sistema y acelerar la respuesta transitoria.

3.1.3. Algoritmo *Differential Evolution* (DE)

La estrategia de ajuste de controladores PID mediante el algoritmo DE a partir de unas especificaciones de diseño de una planta dada es la propuesta en el presente trabajo. Este algoritmo es una técnica de optimización evolutiva basada en la minimización de una función de coste o ajuste.

Esta función de coste es propiamente programada para alcanzar unos requisitos de diseño y, por lo tanto, alcanzar unos objetivos en la respuesta y en el comportamiento de la planta a controlar.

Dado un determinado proceso, con una función de transferencia conocida, $G_p(s)$, el algoritmo DE calcula los parámetros del controlador, $C(s)$, con el fin de satisfacer varias especificaciones de diseño en lazo cerrado.

El mecanismo de funcionamiento del algoritmo es explicado en el siguiente apartado, en el cual, además, se detallan cada una de las funciones de coste desarrolladas en nuestro trabajo para cumplir diferentes especificaciones de diseño, tanto en el dominio temporal como en el frecuencial.

3.2. Integración del algoritmo DE en el ajuste de un controlador

En el presente trabajo planteamos el uso del método DE para cuestiones de optimización global en el cálculo de los parámetros de un controlador PID, tanto de orden fraccionario como entero.

Estas técnicas basadas en la optimización evolutiva son puramente probabilísticas, pero sin derivadas o funciones de densidad de probabilidad para estimar la mejor solución del problema de ajuste. En nuestro algoritmo DE existen elementos que corresponden a posibles soluciones y los valores proporcionados por la función de coste indican la proximidad a las especificaciones implementadas en ella.

De forma esquemática, los principales conceptos de esta técnica de optimización global aplicada para el ajuste de un controlador puede observarse en el Algoritmo 1 mostrado más adelante. El entorno de simulación empleado y la implementación del Algoritmo 1 al completo y del resto de algoritmos que se mostrarán a lo largo del presente informe ha sido realizado a través de MATLAB, el cual es un potente entorno de cálculo numérico y lenguaje de programación de cuarta generación.

Así pues, el conjunto de la población está formado por N_p candidatos o miembros que representan cada una de las posibles soluciones.

Para el caso de aplicar el algoritmo DE para un ajuste de un controlador PID convencional, esto es de orden entero, cada miembro de la población tiene tres parámetros que proponen las soluciones posibles al ajuste.

$$pop_i^k = (k_p, k_i, k_d), \quad (8)$$

donde pop_i^k (que viene de la traducción de población en inglés, *population*) representa al miembro de la población i en la iteración k . Cada uno de estos tres parámetros corresponde a las constantes proporcional, integral y derivativa del controlador PID, respectivamente.

Por otra parte, para el ajuste de un controlador PID fraccionario, $PI^\lambda D^\mu$, como ya hemos comentado en varias ocasiones, cada uno de los miembros de la población tiene cinco parámetros, donde los tres primeros son las ganancias proporcional, integral y derivativa, respectivamente, mientras que los dos siguientes corresponden a los órdenes fraccionarios introducidos al operador integral y derivativo, respectivamente.

3.2. Integración del algoritmo DE en el ajuste de un controlador

$$pop_i^k = (k_p, k_i, k_d, \lambda, \mu), \quad (9)$$

donde, de forma análoga, pop_i^k representa al miembro de la población i en la iteración k .

```

1  for  $i = 1 : N_p$  do
2       $pop_i^1 \leftarrow ini\_pop(pop\_limits)$           * Generación de la primera población
3       $e_i^0 \leftarrow cost(G_p, pop_i^1, option)$       * Cálculo de la función de coste
4  end for
5  for  $k = 1 : max\_iter$  do
6      for  $i = 1 : N_p$  do
7           $v_i^k = pop_a^k + F(pop_b^k - pop_c^k)$       * Mutación
8          for  $j = 1 : D$  do
9               $u_{i,j}^k = v_{i,j}^k, \forall p_{i,j}^k < \delta$       * Crossover
10              $u_{i,j}^k = pop_{i,j}^k, \forall p_{i,j}^k \geq \delta$ 
11         end for
12          $e_i^k \leftarrow cost(G_p, pop_i^k, option)$     * Nuevo cálculo de la función de coste
13         if  $e_i^k < e_i^{k-1} - \tau$  then                * Selección con el umbral
14              $pop_i^{k+1} = u_i^k$ 
15         else
16              $pop_i^{k+1} = pop_i^k$ 
17         end if
18     end for
19      $pop^k = rechazo(pop^k)$                         * Rechazo de miembros
20      $ind\_best \leftarrow \min(e^k)$ 
21      $bestmem \leftarrow pop^k(ind\_best)$ 
22     if converge then                               * Parada tras convergencia a solución
23          $exit(bestmem)$ 
24     end if
25 end for                                             * Retorno con la mejor solución

```

Algoritmo 1. Método *Differential Evolution* para el ajuste de un controlador PID, tradicional o fraccionario

Obsérvese, del Algoritmo 1, que el procedimiento de implementación, tanto para el caso de un ajuste para un controlador PID como para el de un controlador $PI^\lambda D^\mu$,

es idéntico, salvo por la excepción detallada previamente en el número de parámetros que contienen cada miembro de la población establecida.

La población inicial (línea 2 del Algoritmo 1) será elegida aleatoriamente entre unos límites que han sido previamente definidos. La necesidad del empleo de estos límites es necesaria para impedir una búsqueda de soluciones en el espacio infinito. La eliminación de éstos implicaría el empleo de una población muy numerosa, lo cual no resulta práctico desde un punto de vista computacional.

Inmediatamente después de asignar un valor a cada uno de los parámetros que componen el miembro de la población (línea 3 del Algoritmo 1), se obtiene el valor de error proporcionado por la función de coste que, recordemos que evalúa la similitud de la posible solución con las especificaciones programadas en ella. Por lo tanto, la correcta implementación de esta función de coste es un aspecto fundamental en la técnica evolutiva planteada. La programación y funcionamiento de la misma serán detalladas en la sección 3.2.5 del presente documento.

En la línea 5 del Algoritmo 1 comienza el proceso de optimización que no se detiene hasta que se alcanzan un número de iteraciones determinado, *max_iter*, y definido previamente por el usuario, o bien hasta que se cumple una condición de convergencia en la solución dada que depende del valor obtenido en la función de coste. Estas y otras condiciones de convergencia serán explicadas en la sección correspondiente más adelante.

Mientras no se cumplan cualquiera de las condiciones introducidas anteriormente, se ejecutará el código del interior del bucle, es decir, desde la línea 6 hasta la línea 25 del Algoritmo 1.

Cada una de las iteraciones en el bucle comienza con la generación de la nueva población (línea 6 del Algoritmo 1) para la siguiente generación, evolucionando en cada iteración de tal forma que los parámetros del controlador se optimicen y, por lo tanto se minimice la función de coste.

El algoritmo evolutivo, es decir el DE, consta de varios puntos fundamentales indicados, además, en los comentarios del Algoritmo 1. Estos pasos mencionados pertenecen al bucle principal de control del algoritmo y su funcionamiento se describe en las subsecciones siguientes.

3.2.1. Mutación, crossover y selección

En cada una de las iteraciones del bucle principal se lleva a cabo lo que se conoce como mutación (línea 7 del Algoritmo 1). Este proceso consiste en generar un

3.2. Integración del algoritmo DE en el ajuste de un controlador

vector a partir de la combinación lineal de distintos miembros de la población al comienzo de la iteración de acuerdo con la expresión (10).

$$v_i^k = pop_a^k + F(pop_b^k - pop_c^k), \quad (10)$$

donde pop_a^k , pop_b^k y pop_c^k son tres elementos de la población aleatoriamente escogidos en la k -ésima iteración mientras que a , b y c son índices distintos al índice i . Por su parte, F es un factor constante y real que controla la importancia que se otorga a la variación diferencial, $(pop_b^k - pop_c^k)$, en el proceso de mutación y, por lo tanto, al valor definitivo del vector. Los valores típicos para la constante F de la ecuación (10) que hemos empleado a lo largo de nuestro trabajo han sido los comprendidos en el intervalo $[0.4, 1]$.

Lógicamente, las variables de esta expresión (10) pueden ser modificadas con el fin de obtener otros vectores diferentes. Por ejemplo, es posible seleccionar la mejor solución de la población en vez de emplear pop_a^k . En nuestro caso, hemos basado el proceso de mutación en la aleatoriedad. Por un lado, la mutación basada en los mejores candidatos es más rápida y es aplicable para la mayoría de las plantas, mientras que nuestra elección es mucho más robusta porque mantiene la diversidad de la población y es aplicable en diferentes situaciones generales.

La etapa de *crossover* (líneas 8 a 11 del Algoritmo 1) surge ante la necesidad de incrementar la diversidad de la nueva generación. Dependiendo de la probabilidad de cruce, o *crossover*, prefijada, se genera a partir del vector resultante del proceso de mutación, v_i^k , y del miembro de la población, pop_i^k , el vector de prueba u_i^k .

$$u_{i,j}^k = \begin{cases} v_{i,j}^k & \text{if } p_{i,j}^k < \delta, \\ pop_{i,j}^k & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (11)$$

$$u_i^k = (u_{i,1}^k, u_{i,2}^k, \dots, u_{i,j}^k, \dots, u_{i,D}^k)^T, \quad (12)$$

donde $p_{i,j}^k$ es un valor aleatoriamente elegido dentro del intervalo $[0, 1]$ para cada parámetro j del miembro de la población i en la iteración k . El parámetro δ es la probabilidad de cruce previamente fijada cuya misión será controlar la actuación de la etapa *crossover* en el algoritmo DE.

De la expresión (12), es decir, la composición y forma del vector de prueba u_i^k , cabe destacar el coeficiente D . Este coeficiente normalmente hace referencia al número de cromosomas que tiene cada miembro de la población. En nuestro caso particular, el coeficiente D tomará un valor de 3 para el caso del empleo del

Algoritmo 1 en el ajuste de un controlador PID convencional mientras que para la consecución del ajuste de un controlador fraccionario asignaremos a dicho coeficiente un valor de 5. Obsérvese que el valor de este coeficiente, para nuestros casos particulares de ajustes de controladores, toma un valor igual al número de parámetros a ajustar del propio controlador.

Dentro de esta subsección, explicaremos, por último, el mecanismo de selección que se lleva a cabo en el Algoritmo 1 (líneas 13 a 17 del Algoritmo 1). Este proceso consiste en la determinación de la siguiente generación a través de la comparación entre las variables u_i^k y pop_i^k . Si el valor proporcionado por la función de coste para la variable propuesta u_i^k es mejor que el otorgado al miembro pop_i^k , entonces la solución propuesta por el miembro pop_i^k es sustituida por u_i^k , pues se trata de una mejor solución. En el caso contrario, el actual miembro pop_i^k se mantiene para la siguiente generación.

Como combinación al proceso de selección se implementa lo que se conoce como franja de rechazo. En la subsección que sigue se detalla su funcionamiento, así como su necesidad.

3.2.2. Franja umbral

Los algoritmos evolucionarios y, en general, aquellos métodos basados en poblaciones, se han convertido en los últimos tiempos muy populares debido a su gran aplicabilidad y sencillez.

Uno de los principales defectos de este tipo de técnicas es la prematura convergencia del método, así como la ausencia de robustez para problemas de optimización con ruido.

Si el algoritmo DE es comparado con otros métodos basados en la búsqueda de poblaciones, como puede ser el algoritmo genético, se muestran algunos puntos débiles. Este comportamiento ha sido estudiado por Krink, Filipic and Fogel [42].

Existen dos aspectos diferentes con una influencia negativa: el método DE implementa una codiciosa estrategia de búsqueda y los mecanismos DE para generar nuevas soluciones potenciales son menos probables que otros algoritmos evolutivos. Estas desventajas son importantes cuando la diferencia entre el valor proporcionado por la función de coste para el candidato y el valor asignado al elemento actual es más pequeño que la variación de ajuste originada por el ruido.

Así pues, el proceso de selección incorpora un umbral de rechazo con el fin de evitar una temprana convergencia, y por lo tanto, final de la búsqueda, con

3.2. Integración del algoritmo DE en el ajuste de un controlador

soluciones ruidosas [43]. La idea básica es reducir la posible confusión del algoritmo implementado ante un falso positivo a través del rechazo de aquellas nuevas soluciones que no mejoran la suposición anterior en un magnitud prefijada, τ . Esta idea no es nueva y ya ha sido aplicada en otros problemas de computación evolutiva [44].

El umbral establecido no es una magnitud física, pues esta unidad depende de la variación del ruido y el error cometido respecto a las especificaciones implementadas en la función de coste. La variación del ruido podría ser estimada, sin embargo, no es trivial conseguir este segundo factor.

Por lo tanto, la inclusión del umbral mencionado en el proceso de selección descrito en la subsección anterior se describe mediante la siguiente expresión.

$$pop_i^{k+1} = \begin{cases} u_i^k & \text{if } e_{pop_i}^k - e_{u_i}^k > \tau, \\ pop_i^k & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (13)$$

donde $e_{pop_i}^k$ es el valor proporcionado por la función de coste al actual candidato de la población, pop_i^k , y $e_{u_i}^k$ representa el coste del vector de prueba, u_i^k .

Así pues, el funcionamiento de este método resulta evidente al observar la ecuación 13. En primer lugar, se obtiene la diferencia numérica de los costes asociados a las soluciones planteadas por el miembro de la población i y el vector de prueba. Entonces, dicha diferencia es comparada con un valor umbral predefinido, τ , para determinar si la mejora proporcionada por el vector u_i^k no es debida al ruido. Por lo que, si esta condición se cumple, el vector de prueba, u_i^k , se propone como miembro i de la población para la siguiente iteración, es decir, la iteración $(k + 1)$. En caso contrario, la solución propuesta por el miembro i , pop_i^k , se mantendrá en la población de la siguiente generación.

En conclusión, si la mejora en la función de coste es mayor que la varianza (o la desviación estándar, según las unidades), puede ser considerada que no es fruto de la existencia de ruido y un nuevo miembro puede ser introducido en la población global. Cabe destacar que, en el trabajo desarrollado en el presente documento, no le hemos dado un valor excesivamente representativo a τ , lo cual se traduce a un valor nulo.

La potencia y convergencia del algoritmo en cuestiones de optimización bajo la presencia de ruido y la comparación entre el actual método y otros métodos que no emplean umbrales de rechazo pueden encontrarse en publicaciones recientes de mi tutor y otros colegas [45].

3.2.3. Mecanismo de rechazo

La implementación de un una franja umbral de rechazo tiende a disminuir la velocidad de convergencia del algoritmo, especialmente en las etapas iniciales del mismo debido al rechazo de las siguientes generaciones debido a una mejora poco sustancial respecto a la propuesta como solución previa.

Un tratamiento de rechazo se introduce de tal forma que aumente la velocidad de convergencia del algoritmo a la par que mantiene las ventajas desde un punto de vista de robustez que nos proporciona la introducción del umbral.

La función de este mecanismo es, por lo tanto, detectar los peores individuos del conjunto de la población, es decir, aquellas soluciones que más lejos se encuentran de cumplir las especificaciones implementadas en la función de coste, y sustituirlos por otras soluciones más cercanas a las que más se acercan de cumplir dichas especificaciones. Para hacer lo descrito, un porcentaje determinado de los miembros son descartados. En nuestro caso, cada iteración rechazamos un 5% de elementos la población que son sustituidos por los mejores.

Para evitar la concentración de soluciones descartadas alrededor del mejor miembro de la población existente, los peores individuos son sustituidos por otros miembros seleccionados aleatoriamente pertenecientes a la primera mitad del ranking de miembros, cuya clasificación se basa, lógicamente, en el error cometido en cuanto a la proximidad con las especificaciones establecidas en la función de coste. Esta solución seleccionada, además de contar con un relativamente pequeño componente aleatorio, se adopta como una nueva descendencia.

En resumidas cuentas, lléguese a la conclusión de que el mecanismo de rechazo es muy importante en las etapas iniciales del proceso de optimización siempre que los errores sean importantes, mientras que, en las iteraciones o etapas finales no resulta tan interesante, pues la población se encuentra cercana a la solución óptima que, en nuestro caso, son los parámetros del controlador.

3.2.4. Convergencia y finalización

En esta subsección se detallarán las condiciones por las cuales el algoritmo DE propuesto considera que ha alcanzado un solución eficiente al problema de optimización planteado, esto es, el ajuste de los parámetros de un controlador PID, ya sea de orden entero o fraccionario, para el control de un sistema físico dado.

Como cabe esperar, la forma más natural de parada del algoritmo DE vendrá determinada por los valores de coste que tenga la población global, pues éstos

3.2. Integración del algoritmo DE en el ajuste de un controlador

cuantifican el error que comete cada uno de los miembros de esta respecto a las especificaciones deseadas. Una vez el elemento de la población con la mejor solución cometa un error inferior a una consigna error determinada, el algoritmo DE fijará dicha solución como la más óptima y proporcionará al diseñador sus resultados.

Como pueden imaginarse, establecer dicha consigna error para comparar los valores de costes proporcionados por cada una de las soluciones de la población no es, en absoluto, una tarea trivial. Cada una de las funciones de coste que se explicarán en las subsecciones siguientes, con sus especificaciones, tienen órdenes de magnitud muy diferentes. Esto significa que, no es lo mismo que una solución cometa un error, por ejemplo, unidad en la función de coste basada en las especificaciones del dominio temporal que lo cometa en la función de coste dependiente del dominio frecuencial. Si echamos la vista a las subsecciones siguientes, en la cual explicamos cada una de las funciones de coste desarrolladas, entenderemos este concepto de magnitud de una manera más práctica si asimilamos correctamente el uso del factor ϑ en la ecuación que determina el error para función de coste que combina especificaciones tanto en el dominio temporal como frecuencial. El empleo de este factor se empleaba para fijar la prioridad de las especificaciones de un dominio sobre otro y, principalmente, para tratar de equiparar el problema que surge debido a las distintas magnitudes que tiene entre sí.

Por otro lado y, con el fin de subsanar los problemas comentados y otros que surgen en la convergencia de la solución óptima, otro mecanismo de parada del algoritmo, paralelamente empleado junto al anteriormente comentado, es el de limitar a un número de iteraciones máximo (max_iter , según el Algoritmo 1) la búsqueda de una solución óptima para el ajuste de control propuesto. Con una relativa experiencia en la definición de algunas variables iniciales y de partida, este mecanismo de convergencia resulta mucho más práctico, no únicamente por presentar una solución muy aceptable al problema propuesto en un tiempo relativamente reducido, sino también por evitar la generación de una población poco diversa y con pocas opciones de mutación en las fases finales del algoritmo.

En cualquiera caso, obsérvese la necesidad de incluir este último mecanismo de parada, pues la no convergencia del algoritmo hacia la solución óptima ante la ausencia de ésta condición máxima de iteraciones daría lugar a la ejecución del algoritmo en un tiempo que podría tender a ser infinito.

Tanto la condición de parada de ejecución relativa al número máximo de iteraciones como la relacionada con el valor asignado a la población por la función

de coste son apreciables en el Algoritmo 1, en las líneas 5 y de la línea 22 a 24, respectivamente.

Obviamente, otras condiciones de parada son fácilmente implementables en el algoritmo DE, sin embargo, hemos considerado que los mecanismos explicados en la presente subsección son los idóneos para la aplicación que nuestro trabajo aborda.

A lo largo de esta sección y sus correspondientes subsecciones se han ido explicando todas aquellas fases que van sucediendo a lo largo de la ejecución del algoritmo DE durante una iteración k determinada aplicándose al completo de su población para dicha iteración. Lógicamente, todo este proceso se repite hasta que se cumpla una de las dos condiciones de parada descritas.

Finalmente, una vez el algoritmo ha determinado una solución para el problema de optimización global planteado, éste devuelve la población formada por los mejores miembros resultantes, es decir, aquellos miembros cuyos cromosomas o parámetros minimizan la función de coste.

Como comentamos anteriormente, la función de coste será descrita detalladamente a continuación. Esta función de coste será diseñada e implementada con el fin de satisfacer unas especificaciones de diseño concretas. Hemos desarrollado tres opciones diferentes de función de coste que satisfacen diferentes especificaciones: la primera y, la más sencilla, para cumplir las especificaciones de diseño en régimen temporal, la segunda en el dominio de la frecuencia y la última es una combinación de la dos primeras.

3.2.5. Función de coste

Como bien conocemos, el objetivo del empleo del método DE es la resolución de un problema de optimización global ante un problema planteado que, en nuestro caso, es el ajuste de un controlador, ya sea fraccionario o convencional, para su uso en un proceso o planta dados. La actuación de la función de coste para alcanzar dicha meta es de vital importancia en el método DE y, por lo tanto, su adecuada elección y programación es esencial para su correcto funcionamiento. Para no fallar en esta elección, es evidente que es necesario un análisis previo sobre el proceso a ser controlado. Una vez conocemos en detalle el problema a resolver, desarrollamos la función de coste necesaria para cumplir con las especificaciones de diseño deseadas.

3.2. Integración del algoritmo DE en el ajuste de un controlador

El algoritmo DE implementado introduce una gran flexibilidad en el método de ajuste del controlador de tal forma que múltiples y diferentes funciones de coste pueden ser desarrolladas para probar el ajuste.

La optimización global es la tarea de encontrar el mejor conjunto de condiciones admisibles para lograr un objetivo que cumplimente unas restricciones dadas, asumiendo que ambas son desarrolladas en términos matemáticos. Algunos problemas de optimización global de gran escala se resuelven con métodos actuales y hay en el mercado un gran número de paquetes software disponibles que resuelven de forma fiable la mayoría de problemas de optimización de dimensiones reducidas y, algunos mas grandes también. Sin embargo, el mayor reto de estos métodos es encontrar, en el caso de que exista, el mínimo global como solución, lo cual depende, en gran medida, de las condiciones iniciales fijadas.

En teoría, la optimización global es una versión más potente que la optimización local, cuya gran utilidad, en la práctica, es absolutamente indiscutible. La optimización global pretende, en lugar de encontrar un punto localmente factible, encontrar globalmente el mejor punto en una región factible. Sin embargo, en muchas aplicaciones prácticas encontrar globalmente el mejor punto, aunque pudiera parecer el deseable, no es esencial, pues cualquier suficientemente buen punto es útil y, normalmente, supone una mejora y una buena solución.

Además, en algunas ocasiones, dependiendo del problema de optimización propuesto, no podemos garantizar la función de optimización nos obtendrá un mínimo global, a menos que el mínimo global sea el único mínimo y la función a minimizar sea continua.

Teniendo todo esto en cuenta y considerando que el conjunto de funciones para minimizar, la función de coste en nuestro caso, son continuas y pueden únicamente presentar un mínimo en la región factible, cualquiera de los métodos de optimización podría ser, a priori, efectivo.

Por esta razón y teniendo presente que MATLAB es herramienta muy apropiada para el análisis y el diseño de sistemas de control, el entorno de programación y de cálculo de éste ha sido empleado para lograr la mejor solución con el mínimo error.

En nuestro trabajo en particular, hemos desarrollado dos funciones de coste que estudian y buscan una solución cuyas especificaciones de diseño se basan en el dominio temporal y frecuencial de manera independiente. Además, una tercera función de coste ha sido implementada y es resultado de la combinación de las anteriores basadas en el dominio temporal y frecuencial.

El funcionamiento principal de esta función *cost()* puede observarse de forma esquemática en el Algoritmo 2 mostrado más adelante. En función de cuál de estas tres funciones de coste mencionadas a implementar se ejecutará un código u otro. Dicha ejecución podrá verse en las subsecciones posteriores correspondientes a la explicación detallada de cada uno de estas funciones de ajuste desarrolladas. Sin embargo, todas estas comparten una serie de procedimientos idénticos recogidos en el Algoritmo 2.

1	$PID \leftarrow get_pid(solution)$	* Aproximación del PID
2	$M \leftarrow feedback(PID \cdot G_p, 1)$	* Cálculo de la FdT en lazo cerrado, M
3	If option=2 then	* Obtención de las condiciones reales
4	$S \leftarrow feedback(1, PID \cdot G_p)$	del regulador para compararlo con las
5	$ S _{dB} \leftarrow magnitud(\omega_s)$	especificaciones de diseño establecidas
6	$ T _{dB} \leftarrow magnitud(\omega_t)$	en la opción 3.
7	end if	
8	$[P_m, \omega_{cg}] \leftarrow stability_parameters(PID \cdot G_p)$	* Margen de fase y frecuencia ω_{cg}

Algoritmo 2. Main de la función de coste

Si observamos el Algoritmo 1 se puede apreciar que cuando se llama a esta función de coste, *cost()*, se le pasan tres parámetros. Estos tres parámetros en la función que ejecuta el algoritmo DE son $(G_p, pop_i^k, option)$, es decir, la función de transferencia de la planta, la solución planteada por el miembro de la población *i* de la iteración *k* y la opción de la función de ajuste que se desea ejecutar. Este último parámetro determina qué función de coste desea ser ejecutada, siendo de valor 1 cuando se desea ejecutar aquella que optimiza una solución con especificaciones en el dominio temporal, 2 para aquellas que desean cumplir las especificaciones del régimen frecuencial, y 3 para ejecutar la función de coste que optimiza la solución que cumpla una combinación de ambos dominios.

Por otra parte, la interpretación de los parámetros de esta función de coste se realiza según los siguientes nombres: $(G_p, solution, option)$. Como puede observarse la solución propuesta es la única que varía en este algoritmo 2 respecto al algoritmo principal del DE, el algoritmo 1.

En primer lugar, la función de coste del algoritmo realiza una aproximación del controlador PID, ya sea de orden entero o fraccionario, en base a la solución propuesta a través del parámetro *solution* (línea 1 del Algoritmo 2). A partir de esta línea computacional, el resto del algoritmo que completa esta función de coste, independientemente de la opción de ajuste escogida, es idéntica tanto para el caso de aproximar un controlador PID tradicional como para el caso de ajustar un controlador de orden fraccionario. Con esta aproximación calculamos la función de

3.2. Integración del algoritmo DE en el ajuste de un controlador

transferencia en lazo cerrado con realimentación unitaria negativa (línea 2 del Algoritmo 2). Por último, se establecen las condiciones reales a las que está sometido el sistema en tales condiciones con la solución propuesta para poder realizar la comparación correspondiente según la opción escogida a través de la variable *option*. Estos parámetros son el margen de fase, P_m , y la frecuencia de cruce de ganancia, ω_{cg} (línea 8 del Algoritmo 2).

Referente al algoritmo mostrado anteriormente, el Algoritmo 2, cabe destacar las líneas 3 a la 7, las cuales únicamente son ejecutadas en que la opción de ajuste seleccionada sea la basada en el dominio frecuencial. En tal caso, se fijan los valores pertinentes a estas variables, $|S|_{dB}$ y $|T|_{dB}$, para ser comparadas con las especificaciones de diseño de este método de ajuste. Estos valores son unas magnitudes de interés en decibelios a unas frecuencias concretas para la opción 2 de ajuste. Un mayor detalle de estos valores y especificaciones será explicado en subsecciones posteriores.

Una profunda descripción de estas funciones fundamentales del algoritmo, explicando sus ventajas e inconvenientes entre ellas, puede leerse en las siguientes subsecciones.

3.2.5.1. Ajuste del dominio temporal

Tradicionalmente, el ajuste de controladores para regular una planta determinada se ha realizado teniendo en cuenta parámetros como el tiempo de estabilización, la sobreoscilación o el error en régimen permanente de la respuesta del sistema controlado. En nuestro trabajo hemos tratado de concentrar estas especificaciones clásicas de diseño en una, el tiempo de respuesta, cuyo objetivo es obtener un controlador capaz de hacer que la señal de salida de la planta imite lo más solidario posible a una entrada cualquiera que, normalmente, será una entrada escalón.

Una posibilidad de llevar a cabo lo descrito anteriormente para tratar de conseguir una solución que obtenga lo deseado consiste en medir el error cometido entre la salida y la referencia marcada, es decir, la entrada al sistema en lazo cerrado. Tal efecto puede apreciarse en la ecuación que muestra a continuación.

$$coste(i) = \sum_{t=t_i}^{t_f} e_{DT}^2(t) = \sum_{t=t_i}^{t_f} [u(t) - y(t)]^2, \quad (14)$$

donde $e_{DT}(t)$ es la señal de error que asignará la función de coste a cada una de las soluciones propuestas. Por otra parte, las variables $u(t)$ e $y(t)$ son las señales de referencia (o salida ideal que se desea obtener) y de salida de la planta, respectivamente.

Por lo tanto, este error se calcula en un intervalo finito del dominio temporal discreto entre un tiempo inicial y final concretos. Así pues, el panorama ideal desde un punto de vista del control de la planta, sería el seguimiento total y solidario de la señal de salida, $y(t)$, a la de referencia, $u(t)$, pues en este caso, la señal de error sería nula y, por lo tanto, el control de la señal de salida de la planta completamente controlado.

La minimización de esta función de ajuste implica que el tiempo de respuesta del sistema será lo más cercano posible a lo deseado o ideal. De esta forma, dado que el control de la señal se lleva a cabo en el dominio temporal, y, mientras el método de optimización se realice con éxito, es lógico pensar que los parámetros típicos a ajustar en el dominio temporal (tiempo de pico, estabilización o sobreoscilación, por ejemplo) presentarán unos valores adecuados y similares a los deseados.

Todas estas interpretaciones se traducen en forma computacional a través del entorno de programación que ofrece Matlab según el Algoritmo 3 que, recordemos que es continuación del Algoritmo 2 mostrado en la sección anterior para el caso en el que la variable *option* sea igual a la unidad.

1	$[Y] \leftarrow \text{step}(M)$	★ Aproximación del PID
2	$e_{DT} = [Y - 1]^T \cdot [Y - 1]$	★ Retorno del error cometido

Algoritmo 3. Opción de ajuste 1

Del Algoritmo 3 anterior puede observarse un primer cálculo del vector de la posición simulado del sistema en lazo cerrado realimentado unitariamente ante la respuesta ante una entrada escalón a lo largo del tiempo, $[Y]$, es decir, obtiene todos los valores de esta posición en consecuencia de esta entrada escalón cada un cierto y pequeño intervalo de tiempo (línea 1 del Algoritmo 3). A continuación, en la línea 2 se obtiene el error cuadrático de posición basado en la ecuación (14) descrita anteriormente.

Por el contrario, existen otros muchos factores que no se ven satisfechos al no estar incluidos en este tipo de control, es decir, el de dominio temporal. Por ejemplo, la robustez del comportamiento ante variaciones de ganancia de la planta son ignoradas en esta función de coste.

Esta situación ocurre en muchas aplicaciones, pues estas no se comportan en ningún caso en situaciones ideales. Esta robustez del sistema ante estas

3.2. Integración del algoritmo DE en el ajuste de un controlador

variaciones es difícilmente controlable en el dominio temporal. Por este motivo, y debido a una mayor facilidad en su diseño e implementación, hemos desarrollado una segunda función de coste basada en el diseño del controlador en el dominio frecuencial. Esta segunda opción de coste se describe con mayor detalle a continuación.

3.2.5.2. Ajuste en el dominio frecuencial

Tradicionalmente, el ajuste de los parámetros de un controlador, ya sea de orden entero o fraccionario, se ha centrado en cumplir con unas especificaciones de diseño basadas en el dominio temporal, como la sobreoscilación, el tiempo de pico o el de establecimiento. Este problema es abordado en la función de coste anterior que hemos desarrollado.

Sin embargo, nuestro trabajo e investigación se centra en explotar otras especificaciones de diseño implementadas bajo el dominio frecuencial. Esto es, principalmente, por tener una mayor facilidad a la hora de abordar ciertas especificaciones de diseño bajo el dominio de la frecuencia en comparación al dominio temporal. Existen varias y diferentes especificaciones que, bajo un trabajo en el dominio temporal, resulta bastante tedioso de diseñar en cuanto a su control y eficiencia.

Como comentamos en la introducción del presente documento, el objetivo de nuestro trabajo es diseñar un controlador de orden fraccionario de tal forma que el sistema cumpla diferentes especificaciones de diseño atendiendo a la robustez de la planta frente a la incertidumbre, perturbaciones de carga y ruido de alta frecuencia, principalmente. Por esta razón, las especificaciones relacionadas con los márgenes de fase, la sensibilidad de las funciones y los requerimientos de robustez y comportamiento sólido serán considerados en el algoritmo DE bajo esta función de coste, debido a sus características importantes en relación con su rendimiento, estabilidad y robustez.

Evidentemente, otras especificaciones pueden proporcionarse para llevar a cabo en el proceso de diseño y ajuste de un controlador. Por nuestra parte, el problema de optimización y, por lo tanto, las especificaciones de diseño basadas en el dominio frecuencial son las siguientes.

(A) Robustez ante variaciones de ganancia en la planta o fase plana.

Esta propiedad puede ser satisfecha mientras se cumpla la siguiente expresión.

$$\left. \frac{d[\arg(F(s))]}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_{cg}} = \left. \frac{d[\arg(C(s)G_p(s))]}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_{cg}} = 0, \quad (15)$$

donde ω_{cg} es la frecuencia en la que la ganancia del sistema en lazo abierto es nula y $F(s) = C(s)G_p(s)$ es la función de transferencia en lazo abierto. Por una parte, $G_p(s)$ es la función de transferencia de la planta a controlar y $C(s)$ es el controlador diseñado.

La pretensión de esta condición, representada bajo la ecuación (15), es la de forzar la fase del sistema en lazo abierto, $F(s)$, que sea plana a la frecuencia ω_{cg} y prácticamente constante dentro de un intervalo determinado alrededor de esta misma frecuencia, ω_{cg} .

Bajo el cumplimiento de esta condición, conocida también como fase plana, se traduce en que el sistema es más robusto a cambios de ganancia en la planta y la sobreoscilación de la respuesta es prácticamente constante dentro de un rango de variación de ganancia (propiedad de amortiguamiento de la respuesta temporal).

Cabe destacar que el intervalo de ganancia para los cuales el sistema es robusto no es ajustado en esta condición. El usuario no puede forzar al sistema a ser robusto para un rango concreto de ganancias de la planta. Este rango depende del rango de frecuencias alrededor de ω_{cg} para las cuales la fase del sistema en lazo abierto se mantiene plana. A su vez, la longitud de este rango de frecuencias dependerá del resultado del controlador y de la propia planta a controlar.

(B) Especificaciones de la frecuencia de ganancia de cruce, ω_{cg} , y margen de fase φ_m

En nuestro trabajo no hemos empleado valores fijos de estos parámetros, sino que hemos usado intervalos de éstos para conseguir la estimación. Por lo tanto, únicamente hemos establecido unos intervalos adecuados para cada uno de ellos en la función de coste. Estos intervalos dependen de la complejidad y el funcionamiento de la propia planta a controlar, así como la exigencia en el cumplimiento de estas especificaciones.

Estas variables son unos importantes y fiables indicadores sobre la robustez del sistema. Por ejemplo, es conocido y demostrable que el margen de fase está íntimamente relacionado con la amortiguación en la respuesta del sistema y, además, también puede ser usado como un indicador sobre la estabilidad del sistema [47].

3.2. Integración del algoritmo DE en el ajuste de un controlador

Las ecuaciones que definen el cálculo de estos parámetros pueden observarse a continuación.

$$|C(j\omega_{cg})G_p(j\omega_{cg})|_{dB} = 0 \text{ dB}, \quad (16)$$

$$\arg(C(j\omega_{cg})G_p(j\omega_{cg})) = -\pi + \varphi_m. \quad (17)$$

(C) Eliminación del error en régimen permanente

Como ya hemos mencionado en alguna ocasión, el operador integral fraccionario $1/s^\lambda$ es, en cuanto a la eliminación del error en régimen permanente, tan eficiente como un operador integral de orden entero.

Por lo tanto, esta importante especificación de diseño relacionada con su estabilidad queda completamente resuelta con la introducción de un integrador fraccionario propiamente implementado.

(D) Rechazo del ruido a altas frecuencias

Con el objetivo de eliminar aquel ruido de altas frecuencias capaz de acceder a nuestra señal, se lleva a cabo el desarrollo de una restricción complementaria a la función de sensibilidad T . Dicha restricción es fácilmente interpretable a través de la siguiente ecuación.

$$\left| T(j\omega) = \frac{C(j\omega)G_p(j\omega)}{1 + C(j\omega)G_p(j\omega)} \right|_{dB} \leq A \text{ dB},$$

$$\forall \omega \geq \omega_t \text{ rad/s} \Rightarrow |T(j\omega_t)|_{dB} = A \text{ dB}. \quad (18)$$

Nótese que el objetivo de esta condición es la de obtener una atenuación del ruido igual al parámetro A para todas las frecuencias $\omega \geq \omega_t \text{ rad/s}$.

(E) Rechazo de posibles perturbaciones en la señal de salida

Por último, para conseguir dicha especificación de diseño, se aplica, en este caso, la función de sensibilidad S para alcanzarla. Analíticamente, a continuación puede observarse su funcionamiento a través de su expresión.

$$\left| S(j\omega) = \frac{1}{1 + C(j\omega)G_p(j\omega)} \right|_{dB} \leq B \text{ dB},$$

$$\forall \omega \leq \omega_s \text{ rad/s} \Rightarrow |T(j\omega_s)|_{dB} = B \text{ dB}, \quad (19)$$

donde B es el valor deseado para la función de sensibilidad a bajas frecuencias, estas son, $\omega \leq \omega_s \text{ rad/s}$.

Tanto el parámetro A de la especificación (D) como el parámetro B de esta especificación (E) deben ser previamente analizados y prefijados antes de poner en funcionamiento el algoritmo DE. En la sección experimental 4 se justificarán los valores de éstos con los que se han llevado a cabo todo el trabajo práctico y experimental.

Para nuestro caso particular en el diseño de un controlador $PI^\lambda D^\mu$ de orden fraccionario, las cinco especificaciones anteriormente descritas pueden ser cumplidas, pues recordemos que éste controlador tiene cinco parámetros de ajuste. En el caso que nos encontremos desarrollando un PID convencional o un controlador PI^λ o PD^μ , tres de estas condiciones de diseño podrían verse satisfechas, una para cada parámetro a ajustar.

Por lo tanto, para el caso general de un controlador PID de orden entero o $PI^\lambda D^\mu$ de orden fraccionario, el problema de diseño consiste en resolver el sistema de ecuaciones no lineales (correspondientes a las especificaciones anteriormente explicadas) y el conjunto de parámetros del controlador a ajustar, ya sean (k_p, k_i, k_d) para el diseño de un convencional o $(k_p, k_i, k_d, \lambda, \mu)$ para el diseño de un fraccionario, tal y como hemos mencionado en varias ocasiones.

Sin embargo, la complejidad de este problema de ecuaciones no lineales es muy significativa, especialmente cuando los órdenes fraccionarios de la variable de Laplace s son introducidos, y, por lo tanto, la búsqueda de la solución no es trivial. De hecho, un problema de optimización no lineal es nuestra cuestión y debe ser resuelta, en la cual la mejor solución de una restrictiva ecuación lineal tiene que ser encontrada.

Obsérvese que las especificaciones de diseño que se exigen cumplir a la solución planteada por cualquier miembro de la población son más fácilmente implementables bajo el dominio de la frecuencia, tal y como habíamos mencionado anteriormente. En absoluto esto significa que estas mismas especificaciones no pudieran ser implementadas en el dominio temporal, sencillamente, se complicaría.

3.2. Integración del algoritmo DE en el ajuste de un controlador

En nuestro desarrollo, la especificación (A), basada en la ecuación matemática (15), es la condición principal en la que se centra esta función de coste para ser minimizada. El resto de condiciones, es decir, desde la ecuación (16) hasta la ecuación (19), se emplean como restricciones adicionales para tener en cuenta en la optimización de tal forma únicamente se considerarán aquellos miembros de la población que cumplan dichas condiciones. Como ya hemos comentado anteriormente, el éxito de la convergencia de la solución, es decir, de encontrar el mínimo, está fuertemente ligado a las condiciones iniciales consideradas para los parámetros del controlador.

Por lo tanto, únicamente aquellos miembros de la población con un margen de fase positivo (φ_m), con un operador integrador y con los niveles de atenuación acordes a las condiciones (17) y (18) son considerados como posibles soluciones para nuestro controlador, pues no tiene sentido calcular el error cometido por una solución propuesta si ésta vuelve el sistema inestable o en condiciones no deseadas.

De forma numérica, el valor de coste, con el cual pueden compararse los distintos miembros de la población en relación a su proximidad a lo deseado, se obtiene a partir de la siguiente expresión basada en la idea de la fase plana alrededor de ω_{cg} , tras haber cumplimentado el resto de condiciones.

$$coste(i) = \sum_{\omega=\omega_i}^{\omega_f} e_{DF}^2(\omega) = \sum_{t=t_i}^{t_f} [\varphi(\omega) - (\varphi_m - \pi)]^2, \quad (20)$$

donde el error $e_{DF}(\omega)$ es calculado en un intervalo previamente definido entre ω_i y ω_f alrededor de la frecuencia ω_{cg} . Por su parte, $\varphi(\omega)$ es la fase del sistema a la frecuencia ω . De esta forma, nótese que se cuantifica la llanura de la fase alrededor de la frecuencia ω_{cg} .

Todas estas restricciones y consideraciones se recogen de forma esquemática y de programación según el Algoritmo 4 mostrado más adelante. En el se puede observar línea a línea el cumplimiento de cada una de estas especificaciones anteriormente descritas para poder asegurar los objetivos de comportamiento y robustez del sistema con el ajuste implementado.

Atendiendo al Algoritmo 4, podemos observar que su valor está basado en el comportamiento de la solución propuesta ante dos filtros basados en las condiciones de diseño descritas en la presente subsección. En primer lugar, en la línea 1 se realiza un primer filtro para la solución propuesta. Este primer filtro

consiste en aplicar las condiciones (D) y (E) anteriormente expuestas bajo un trabajo previo de prefijar los valores de A y B . En segundo lugar, se establece un segundo condicionante de estabilidad basado en el margen de fase del sistema, P_m , en condiciones de lazo abierto (línea 2 del Algoritmo 4). Además se exige la presencia del carácter integrador en la solución para eliminar posibles errores en régimen permanente que pudieran existir en la respuesta del sistema controlado (Condición (C)).

1	if $S _{dB} \leq A$ and $T _{dB} \leq B$ then	* Condiciones (D) y (E)
2	if $P_m > 20^\circ$ and $k_i \neq 0$ then	* Condición de estabilidad del sistema
3	$[\omega] \leftarrow alrededor(\omega_{cg})$	* Cálculo del error cometido
4	for $l=1:\text{max_rango_freq}$	
5	$diff_l \leftarrow eval(\omega_{cg}, \omega_l)$	
6	end for	
7	$e_{DF} = diff^T \cdot diff$	
8	else	
9	$e_{DF} \rightarrow \infty$	* Rechazo de solución propuesta
10	end if	
11	else	
12	$e_{DF} \rightarrow \infty$	* Rechazo de solución propuesta
13	end if	

Algoritmo 4. Opción de ajuste 2

En el caso de que la solución propuesta por un miembro determinado de la población del algoritmo DE cumpla con éxito estas condiciones se inicia el proceso de cálculo para hallar el error cometido por ésta basado en la ecuación (20) (línea 3 a 7 del Algoritmo 4). El primer paso a realizar es fijar un vector de dimensiones finitas que contiene aquellas frecuencias alrededor de la frecuencia de cruce de ganancia obtenida en la línea 8 del Algoritmo 2, ω_{cg} (línea 3 del Algoritmo 4). A continuación se realiza un recorrido a lo largo de este vector de frecuencias resultante para evaluar la diferencia existente en el margen de fase que tiene cada una de éstas respecto al margen de fase existente para la frecuencia de cruce de ganancia, ω_{cg} y también obtenida en el Algoritmo 2 del presente documento y recogido en el vector denominado $[diff]$. Esta operación se indica en las líneas 4 a 6 del Algoritmo 4.

Así pues, la variable $[diff]$ resultante es un vector de la misma dimensión que el vector de frecuencias que contiene la diferencia de cada una de las frecuencias alrededor a la frecuencia de cruce de ganancia en cuanto al margen de fase. De aquí que la estimación del error cometido para esta función de ajuste consista en una

3.2. Integración del algoritmo DE en el ajuste de un controlador

norma 2 del vector $[diff]$ que, como puede observarse es, a efectos prácticos, la ecuación anteriormente descrita (20) encargada de evaluar la optimización de las diferentes propuestas que se plantean a lo largo de su ejecución.

Por lo tanto, la consecuencia de la minimización de esta función de ajuste 2 será, principalmente, la optimización en el ajuste de un controlador PID, ya sea de orden entero o fraccionario, con una fase plana alrededor de la frecuencia de cruce de ganancia, ω_{cg} , además del resto de condiciones detalladas anteriormente.

Cabe destacar el rechazo de la solución propuesta tan comentado en el Algoritmo 4 anterior (líneas 9 y 12 del Algoritmo 4). Como puede apreciarse, en el caso de que no superen exitosamente uno de los dos filtros previos al cálculo del error, a éste se le asignará un valor muy elevado de tal forma que el propio algoritmo DE rechace la solución propuesta por el miembro que no cumple dichas condiciones y la elimine en el proceso de rechazo del Algoritmo 1. Como puede concluirse, si durante el proceso de optimización se plantean muchas soluciones que no cumplen dichos requisitos, la población contendrá muchos miembros inútiles que pueden dar lugar a la divergencia del algoritmo evolutivo. Por este motivo, las condiciones iniciales cobran una importancia altísima en la convergencia durante el proceso de optimización.

La siguiente subsección abordará una función de coste desarrollada que combina los dos casos hasta ahora descritos.

3.2.5.3. Ajuste del dominio temporal y frecuencial

Por último, planteamos una posibilidad más para el problema de optimización y, por lo tanto, como función de coste. Esta opción, correspondiente al valor 3 según la variable *option* del Algoritmo 2, consiste en una mera combinación del dominio temporal y frecuencial para implementar en la función de coste. Esta última propuesta es una solución empírica que ha sido desarrollada para incluir tantos factores y parámetros como sean posible en la expresión de coste.

Resulta evidente pensar que, la forma más inmediata y simple de combinar las funciones de minimización o ajuste explicadas en las dos últimas subsecciones consiste en sumar sus propias ecuaciones de coste (14) y (20). Además, por diferencia existente en sus órdenes de magnitud, le hemos asignado un factor de corrección de tal forma que trate de corregir este efecto. Como ya comentamos anteriormente, no es lo mismo medir el error entre las señales de entrada y salida que el error en ángulos, por lo que surge la necesidad de este factor de corrección con el fin de solucionar esta cuestión. El valor de éste es un coeficiente puramente experimental que, a través de las numerosas pruebas realizadas, se le puede

reducir el intervalo de valores que puede tomar para obtener unos resultados óptimos. Esto significa que no predomine ninguno de los dominios por el encima del otro de tal forma que se evite el obtener soluciones puramente pertenecientes al dominio frecuencial o, en su defecto, al dominio temporal.

Así pues, la fórmula empleada para el cálculo del error que comete cada una de las soluciones propuestas se escribe a continuación.

$$coste(i) = \vartheta \sum_{t=t_i}^{t_f} e_{DT}^2(t) + (\vartheta - 1) \sum_{\omega=\omega_i}^{\omega_f} e_{DF}^2(\omega), \quad (21)$$

donde ϑ es el factor de corrección que mencionamos anteriormente, cuyo valor está definido dentro del intervalo $[0, 1]$ y representa la importancia que le asignamos al error en la respuesta temporal. Por su parte, obsérvese también que e_{DT} y e_{DF} corresponden a los errores definidos en las expresiones de $coste$ (14) y (20), respectivamente.

Atendiendo a esta descripción resulta trivial el algoritmo resultante de la combinación de los dos métodos de ajuste anteriores. Por lo tanto, el método de optimización en el que se basa esta función de ajuste procede de la pura combinación del Algoritmo 3 y 4 anteriormente mencionados. Tal combinación puede observarse en el Algoritmo 5, en el cual cabe destacar las particularidades de la mezcla del dominio frecuencial y temporal en el proceso de optimización.

1	$e_{DT} \leftarrow get()$	★ Algoritmo 3
2	$e_{DF} \leftarrow get()$	★ Algoritmo 4
3	$e = \vartheta \cdot e_{DT} + (\vartheta - 1)e_{DF}$	★ Ecuación (21)

Algoritmo 5. Opción de ajuste 3

En conclusión, el propósito final de esta opción empírica es probar si fuera posible explotar las ventajas que ofrecen tanto el dominio del tiempo como el de la frecuencia con la implementación de una única función de $coste$.

En la sección siguiente se darán los valores numéricos de cada uno de los parámetros hasta ahora explicados, así como los resultados obtenidos en simulación y sobre la planta real probada en el laboratorio.

3.2. Integración del algoritmo DE en el ajuste de un controlador

4. Resultados experimentales

En la presente sección mostraremos los resultados relevantes del trabajo que hemos desarrollado tanto en un ambiente de simulación, como es la herramienta de Matlab de *simulink*, como en un entorno real con un sistema no ideal.

El principal objetivo de nuestro trabajo es controlar la posición de un motor cuya función de transferencia es conocida. Este sistema ha sido previamente fabricado en la universidad con el fin de que sus alumnos puedan poner en práctica sus conocimientos aprendidos en asignaturas relacionadas con la Ingeniería de Control. Por lo tanto, es un modelo motor completamente conocido y explotado.

Nótese que, a pesar de llevar a cabo el estudio sobre un sistema cuya función de transferencia es completamente conocida, el método de optimización para el ajuste de un controlador es totalmente aplicable si el sistema de salida en bucle cerrado está disponible.

Los resultados que se mostrarán serán todos aquellos conceptos, especificaciones y métodos previamente explicados en el presente documento. Estos resultados son, principalmente y entre otros, tales como el propio ajuste de un controlador PID, tanto de orden entero como fraccionario, a través del algoritmo DE, su diseño a partir de especificaciones en el dominio temporal o frecuencial o su aplicación sobre una planta física real.

Además, en la presente sección se realizará una constructiva comparación entre los diferentes resultados obtenidos, ya sea entre un controlador PID de orden entero o fraccionario de tal forma que se observe la superioridad de este último en ambos dominios de diseño.

Por último, se mostrará la robustez del algoritmo evolutivo empleado en otros sistemas para el ajuste de un controlador PID de orden fraccionario presentando así la eficacia y potencial del mismo, así como la puesta en práctica del funcionamiento de las otras funciones de coste desarrolladas y explicadas en las subsecciones capítulo anterior, estas son, la función de ajuste basada en el dominio temporal y la combinación del dominio temporal y frecuencial.

4.1. Plataforma experimental

La plataforma experimental que ha sido usada para probar los controladores de orden fraccionario diseñado por el método evolutivo planteado es un motor

4.1. Plataforma experimental

fabricado por los propios alumnos de la Universidad Carlos III de Madrid. Dicha plataforma consiste en un motor sencillo de corriente continua (motor DC) con la posibilidad de manipular su propia ganancia, así como probar los diferentes tipos de control diseñados. Además, se tienen salidas digitales de su velocidad y posición. En nuestro caso, hemos utilizado la señal de salida referente a la posición del motor.

A continuación se puede ver la planta empleada en la investigación llevada a cabo en el presente documento.

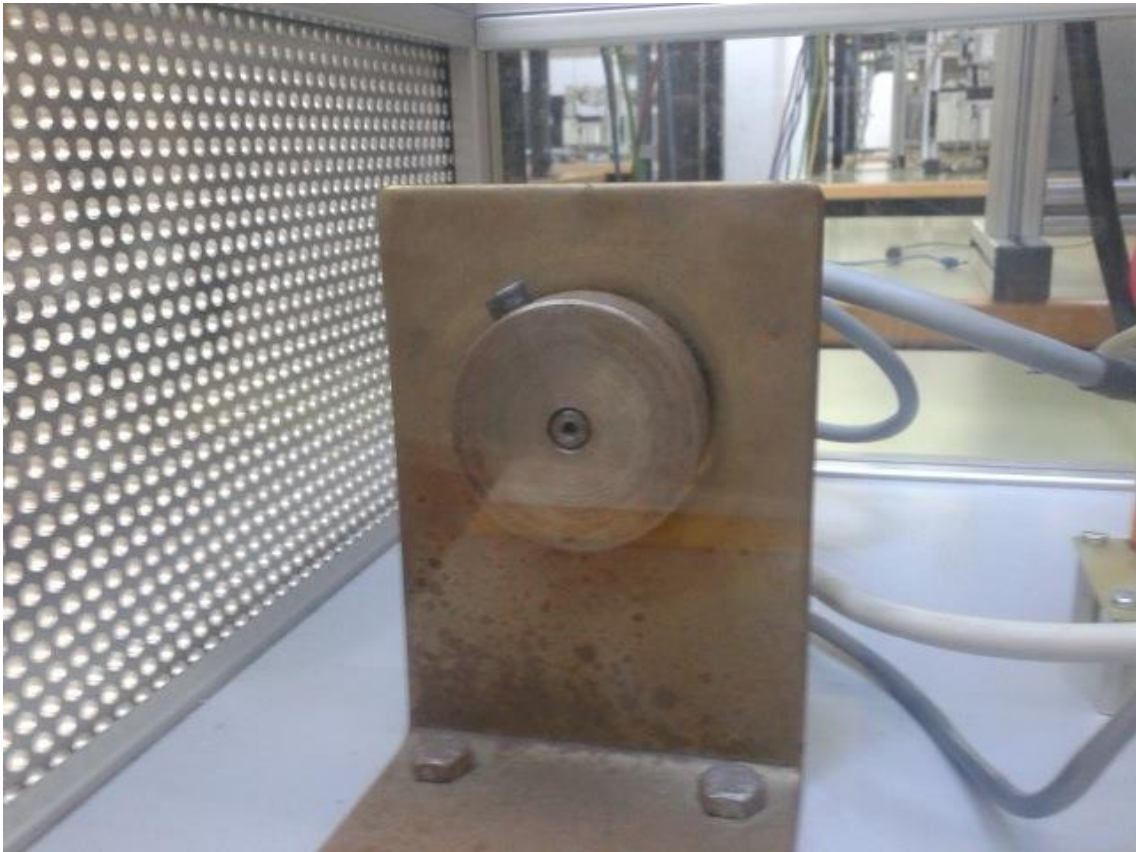


Figura 2. Plataforma real empleada: Motor DC

La función general de transferencia en lazo abierto de un motor simple de DC cuya señal de salida es la posición sigue la forma de la siguiente ecuación (22).

$$G_p(s) = \frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{k_1}{1 + Ts} \frac{k_2}{s}, \quad (22)$$

donde k_1 , k_2 y T , son la ganancia del motor, la ganancia del encoder y la constante de tiempo del motor, respectivamente. Por otra parte, $\theta(s)$ es la posición de salida en radianes y $V(s)$ es la tensión de entrada al sistema que, típicamente, tendrá un valor unidad y en forma de escalón a lo largo de nuestros experimentos.

La identificación de los parámetros del motor como del encoder que aparecen en la ecuación (22) se ha realizado a través de un análisis basado en la respuesta temporal del sistema en lazo abierto de la plataforma real a controlar. Mediante este método de identificación se ha obtenido una función experimental de transferencia en lazo abierto mostrada a continuación.

$$G_p(s) = \frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{20.46}{s(0.03573s + 1)}, \quad (23)$$

que, comparándola con la ecuación anterior (22) resulta inmediata la identificación de los parámetros de interés.

$$\begin{cases} k_1 k_2 = 20.46 \\ T = 0.0357 \end{cases}$$

Obsérvese que se trata de una función de transferencia de segundo orden que modela la posición de un motor de DC.

En la subsección siguiente describiremos brevemente algunos parámetros característicos referentes a su estabilidad del sistema anterior a controlar de tal forma que se entienda mejor su posterior control.

4.1.1. Estabilidad del sistema

En este apartado trataremos de explicar de una mejor forma el porqué de la necesidad de implementar un sistema de control sobre el modelo físico propuesto. Evidentemente, dicha necesidad surge ante su condición de inestabilidad en ausencia de un controlador o bien ante la necesidad de cumplir con unas especificaciones de diseño que, en nuestro caso, se centrará en conseguir una fase plana alrededor de la frecuencia de cruce de ganancia, ω_{cg} , con el objetivo de que el sistema sea robusto ante ligeros cambios en la ganancia del sistema, es decir, el motor de DC.

Algunos indicadores de la estabilidad de la planta propuesta se mostrarán en la presente subsección. Recordemos que, algunos de estos indicadores pueden ser el margen de fase y de ganancia, el lugar geométrico de las raíces o el diagrama de Nyquist de la planta.

En la figura siguiente se puede observar el diagrama de Bode de la función de transferencia de la posición del motor DC a estudiar.

4.1. Plataforma experimental

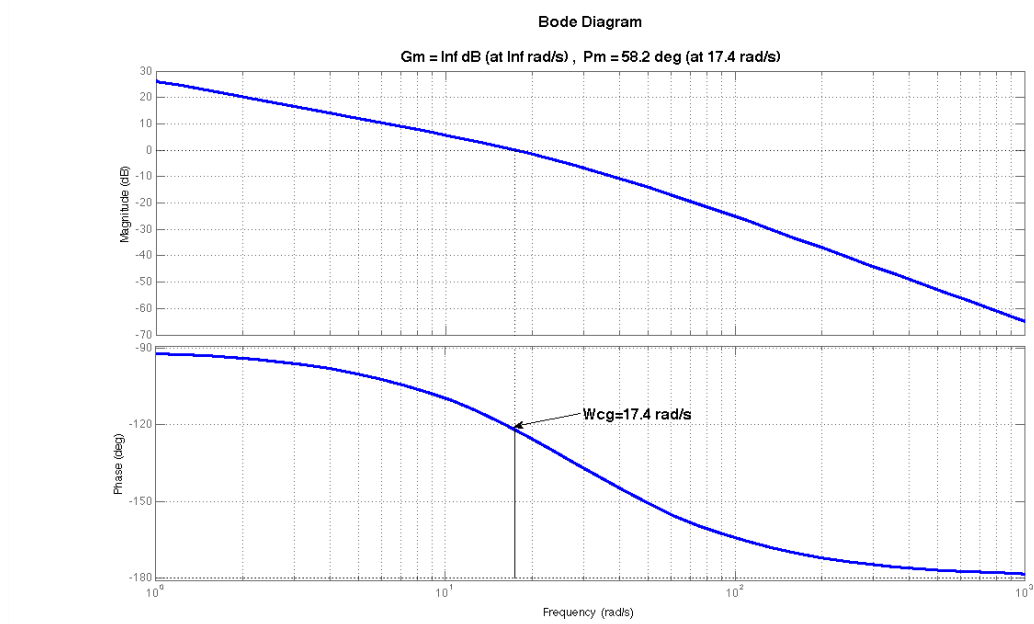


Figura 3. Diagrama de Bode la función de transferencia de la planta, G_p (23)

La representación anterior es fácilmente obtenible a partir de la función de MATLAB $\text{margin}(G_p)$, la cual no sólo nos representa el Bode de la función de transferencia G_p , sino que también nos indican los márgenes de fase y de ganancia de nuestra plataforma, en este caso, sin controlador.

El margen de fase es la cantidad de atraso de fase adicional en la frecuencia de cruce de ganancia requerida para llevar el sistema al borde de la inestabilidad. Recordemos que la frecuencia de cruce de ganancia, ω_{cg} , es la frecuencia en la cual $|G_p(j\omega)|$, magnitud de la función de transferencia en lazo abierto, es unitaria. El margen de fase, P_m , es un valor numérico resultante de sumar 180° al ángulo de fase de la función de transferencia en lazo abierto en la frecuencia de cruce de ganancia, $\varphi(\omega_{cg})$.

$$P_m = 180^\circ + \varphi(\omega_{cg}). \quad (24)$$

Así pues, para que el sistema sea mínimamente estable es estrictamente necesario que el valor del margen de fase sea mayor o igual que cero.

De forma análoga, el margen de ganancia, G_m , es el recíproco de la magnitud $|G_p(j\omega)|$ en la frecuencia a la cual el ángulo de fase $\varphi(\omega)$ es -180° . Definiendo la frecuencia de cruce de fase como ω_{cf} como la frecuencia a la cual el ángulo de fase de la función de transferencia en lazo abierto es igual a -180° , obtendríamos el margen de ganancia G_m .

$$G_m = \frac{1}{|G_p(j\omega)|} \Leftrightarrow G_m|_{dB} = |G_p(j\omega)|_{dB} = -20\log(|G_p(j\omega)|). \quad (25)$$

De esta forma, si el margen de ganancia, expresado en decibelios, es positivo significa que el sistema es estable mientras que si éste es negativo viene a decir que el sistema es inestable.

Resulta evidente por tanto, que estos parámetros se empleen como criterios de diseño para el ajuste de un controlador. Cabe destacar que, en la investigación que el presente trabajo ocupa, no emplearemos el margen de ganancia para el diseño del controlador de orden fraccionario bajo el dominio del espacio frecuencial. Sin embargo, el empleo del margen de fase como requerimiento de diseño se convierte en un parámetro fundamental para conseguir los resultados de estabilidad deseados y que mostraremos más adelante.

Volviendo a nuestros resultados y a la figura 3, tal y como nos cede MATLAB, los valores obtenidos de margen de fase, P_m , y de margen de ganancia, G_m , del sistema, aún sin controlar, son los siguientes.

$$\begin{cases} P_m = 58.1587^\circ \text{ (a } 17.3810 \text{ rad/s)} \\ G_m = \infty \text{ (a } \infty \text{ rad/s)} \end{cases}$$

De los resultados anteriores, en el del margen de fase, P_m , los 17.3810 rad/s es la frecuencia a la cual el Bode de magnitud del sistema en lazo abierto tiene un valor de 0 dB.

Obsérvese además que, el margen de ganancia, G_m , parece tener un valor de infinito. Esto es debido a que la planta propuesta se trata de un sistema de segundo orden y, consecuentemente, las trazas polares para tales sistemas no cruzan el eje real negativo. En cualquier caso, como ya comentamos, debido a su ausencia en nuestros requerimientos de diseño para el ajuste del controlador de orden fraccionario, el valor del margen de ganancia no nos interesa demasiado.

En resumidas cuentas, en relación a estos márgenes indicadores y a los conceptos teóricos descritos anteriormente, podemos concluir que la planta experimental planteada es estable. Por lo tanto, si sometemos dicho motor a una realimentación negativa unitaria con una entrada escalón, los resultados de la señal de salida que obtenemos son estables, tal y como se muestra en la figura 4.

4.1. Plataforma experimental

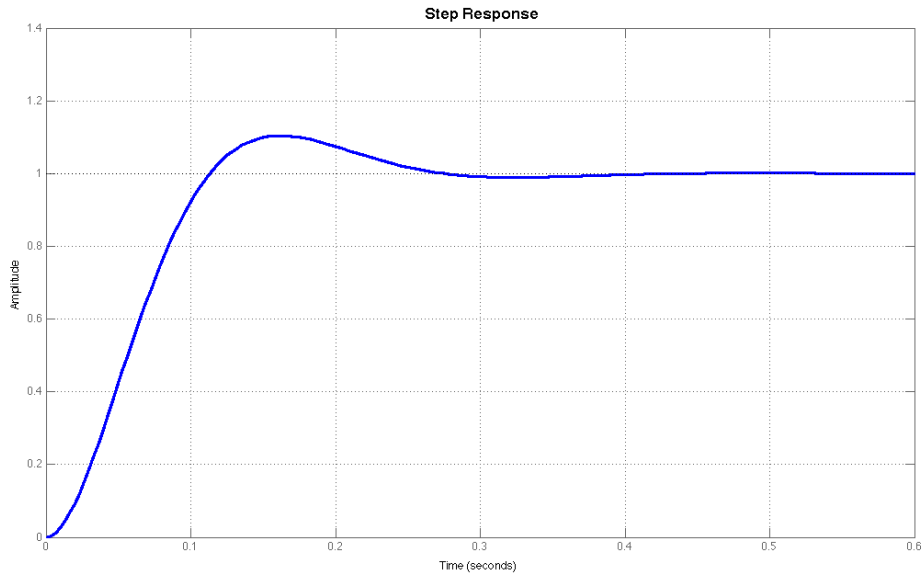


Figura 4. Respuesta de la planta sin controlador ante entrada escalón

La figura anterior representa, de forma gráfica, la clara estabilidad que presenta el sistema con una realimentación negativa unitaria y en ausencia del controlador. Dado que sería absurdo el control del sistema en cuanto a su estabilidad, como ya adelantamos anteriormente, la introducción del controlador se centrará en el objetivo de conseguir una fase plana alrededor de la frecuencia, ω_{cg} , y, consecuentemente, una mayor robustez ante las variaciones en la ganancia de la planta. Sin embargo, como veremos en los apartados posteriores, la respuesta temporal a la salida con la introducción del controlador y su estabilidad mejorarán respecto a la respuesta de la plataforma probada en ausencia del controlador.

En cuanto al problema que abordamos en el presente documento, es decir, la consecución de un controlador que sea capaz de hacer al sistema robusto ante variaciones de la planta, en la figura 5 podemos apreciar la ausencia de tal comportamiento. Tal y como se muestra, el sistema propuesto realimentado ha sido sometido a variaciones en la ganancia de la planta ante una entrada escalón y en un intervalo que contiene valores entre el 80% y el 150% de la ganancia original de la planta mostrada en la ecuación de transferencia (23).

En la sección siguiente se detallará y justificará la elección de cada uno de los parámetros de ajuste en la función de coste de interés, es decir, la función de coste cuyo ajuste está basado en el dominio frecuencial, explicación correspondiente a la sección 3.2.5.2 del presente trabajo.

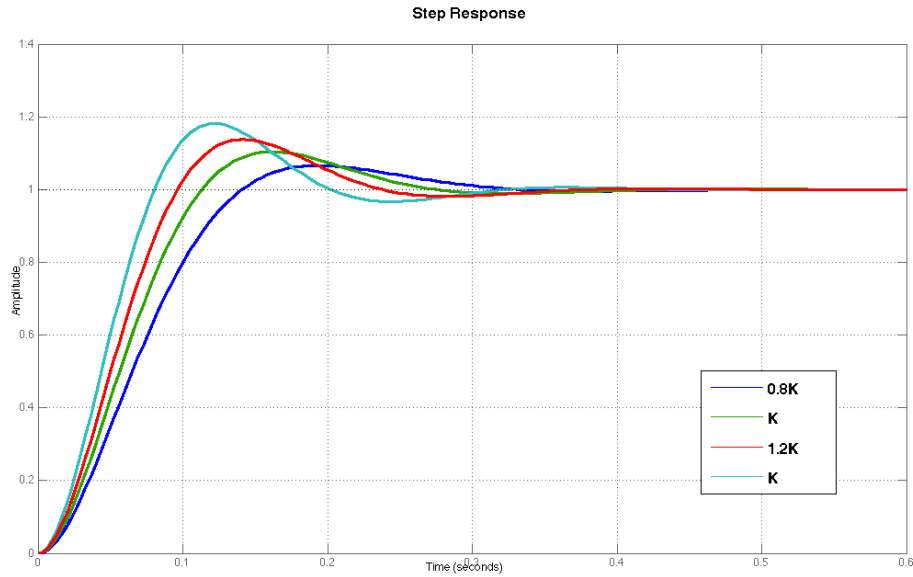


Figura 5. Comportamiento del sistema sin controlar ante variaciones en la ganancia de la planta

4.2. Configuración de los parámetros del algoritmo DE

Después de la caracterización de la función de transferencia en lazo abierto de nuestro sistema real, el motor DC, y de un breve análisis sobre el mismo, en la presente sección se justificarán los valores asignados a cada uno de los parámetros pertenecientes a la función de coste que evaluará la proximidad de los resultados con las especificaciones dadas en el dominio de la frecuencia (Ver sección 3.2.5.2.). Además, también se mostrarán otros valores asignados a los parámetros pertenecientes al propio algoritmo DE desarrollado en nuestro trabajo y detallado en las secciones previas a este trabajo.

En primer lugar, la ejecución del algoritmo DE se ha realizado con la siguiente definición en sus parámetros.

$$\begin{cases} \max_iter = 100 \\ N_p = 100 \\ F = 0.7 \\ \delta = 0.5 \end{cases}$$

, donde la explicación al detalle de cada uno de los elementos viene reflejada en la sección 3.2. de nuestro trabajo y recogida en el esquema del Algoritmo 1 que ilustra el funcionamiento básico del algoritmo DE implementado.

Interpretando los valores asignados a los dos primeros parámetros anteriores y, atendiendo a su significado, podemos concluir que la obtención de un resultado

4.2. Configuración de los parámetros del algoritmo DE

óptimo se efectúa de forma eficaz con el método implementado, es decir, con tan solo un máximo de 100 iteraciones en una población de 100 miembros. Evidentemente, cuanto mayor sean estos valores, mayor tiempo de búsqueda tendrá el algoritmo para alcanzar una mejor solución. Sin embargo, a lo largo de la investigación se ha observado que la asignación anteriormente realizada ha sido suficiente para llegar a una solución óptima a través del algoritmo evolutivo.

La asignación de los parámetros F y δ obsérvese que requiere de un proceso con un cierto carácter experimental, siendo su asignación de relativa menor importancia respecto a la asignación del número máximo de iteraciones del algoritmo, max_iter , o el número de miembros de la población, N_p .

Por otra parte, según el Algoritmo 1, es decir, el esquema funcional que detalla el proceso del algoritmo DE, es necesario fijar un intervalo inicial para definir los valores iniciales de cada uno de los elementos de todos miembros de la población. Nuevamente, la asignación de estos valores viene marcada por su carácter experimental que, en este caso, se ha basado en el valor obtenido de cada uno de los parámetros del controlador con el empleo de otros métodos de ajuste explicados en secciones anteriores (Ver sección 3.1. completa). Basándonos en éstos, observamos que una buena asignación inicial para los valores de las ganancias del controlador (k_p, k_i, k_d) para cada uno de los miembros de la población puede oscilar aleatoriamente en el intervalo $[0, 5]$ para obtener una solución adecuada de forma eficiente. Por su parte, el intervalo inicial para asignar aleatoriamente valores a los exponentes (λ, μ) de las posibles soluciones del controlador PID de orden fraccionario será $[0, 1]$. Nótese aquí la fuerte dependencia, varias veces mencionada, en la definición de las condiciones iniciales del algoritmo DE para una adecuada convergencia del mismo.

Por último, y no precisamente menos importante, se muestra la inicialización y fijación de los valores de los parámetros que conforman la función de ajuste principalmente empleada, es decir, la basada en especificaciones en el dominio de la frecuencia. Las especificaciones cumplidas en las soluciones obtenidas para la planta G_p , que minimizan la función de coste en cuestión, se indican a continuación.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Frecuencia de ganancia de cruce: } \omega_{cg} \in [1, 50] \text{ rad/s} \\ \text{Margen de fase: } P_m \geq 30^\circ \\ \text{Robusto ante variaciones en la ganancia de la planta} \\ \text{Función de sensibilidad: } |S(j\omega)|_{dB} \leq A = -20 \text{ dB}, \quad \forall \omega \leq \omega_s = 0.01 \\ \text{Atenuación de ruido: } |T(j\omega)|_{dB} \leq B = -20 \text{ dB}, \quad \forall \omega \geq \omega_t = 100 \end{array} \right.$$

Tal y como mencionamos con antelación en anteriores secciones, al tratarse de un controlador $PI^\lambda D^\mu$ y, por lo tanto, tener cinco parámetros a ajustar, es posible el

cumplimiento de cinco especificaciones diferentes, estas son, las mostradas en la llave anterior y explicadas en secciones previas.

Nótese que los requisitos de diseño anteriormente expuestos cumplen con los objetivos principales de control del presente trabajo. Estos son, principalmente, y en orden, los siguientes.

1. Precisar un control robusto ante variaciones en la ganancia de la planta
2. Obtener una respuesta del sistema completo puramente estable ($P_m \geq 30^\circ$).
3. Eliminar el error en régimen permanente con la introducción de un operador integrador en el controlador.
4. Atenuación de ruido para alta y bajas frecuencias.
5. Obtener una frecuencia de cruce de ganancia similar a la existente en ausencia del controlador.

Así pues, bajo estas condiciones de diseño, el algoritmo implementado iterará optimizando los resultados en base a la ecuación (20), quedándose con aquel que minimice la misma.

En las siguientes subsecciones se mostrarán los resultados obtenidos basados en estas especificaciones y con la definición de los parámetros anteriormente justificados. Se ilustrarán, en el siguiente orden, tanto los resultados simulados como los experimentales, así como una posterior comparación entre un controlador PID clásico de orden entero con un controlador PID de orden fraccionario, $PI^\lambda D^\mu$. Por último, además se mostrarán los resultados de las otras funciones de costes implementadas así como el éxito en la cumplimentación de las especificaciones del trabajo en el dominio de la frecuencia llevado a cabo en otras plantas.

4.3. Resultados obtenidos

La sección actual y las subsecciones siguientes son las partes más importantes de nuestro trabajo, pues en éstas mostramos los resultados obtenidos en nuestra investigación.

La sección está compuesta como se comenta a continuación. En primer lugar, se ilustrarán los resultados obtenidos de poner en marcha el algoritmo DE para el ajuste de un controlador PID de orden fraccionario para el sistema propuesto en la sección 4.1. En segundo lugar, en la subsección 4.3.2. se probarán dichos

4.3. Resultados obtenidos

resultados sobre el sistema propuesto real, es decir, el motor DC. La siguiente subsección se centrará en realizar una comparación entre dos posibilidades de control existentes, es decir un controlador PID convencional y el propuesto. Posteriormente, la sección continuará con los resultados satisfactoriamente obtenidos para las otras funciones de coste planteadas en nuestro trabajo. Por último, se mostrará la potencia y robustez del trabajo desarrollado con la simulación de otras plataformas al aplicarle el ajuste obtenido por el algoritmo evolutivo implementado.

4.3.1. Resultados de la simulación

Teniendo en cuenta las consideraciones previas redactadas a lo largo del presente documento y, aplicando el método de optimización desarrollado para el ajuste de un controlador $PI^\lambda D^\mu$ para la regulación del sistema propuesto, obtenemos el siguiente controlador de orden fraccionario.

$$C(s) = 0.4488 + \frac{31.7985}{s^{0.3596}} + 1.1062s^{0.7948}. \quad (26)$$

Así pues, la solución anterior obtenida (26) ha sido la que ha minimizado la función de coste objeto de estudio en nuestro trabajo a lo largo de la ejecución, es decir, la que se centra en el control del sistema bajo requisitos definidos en el dominio de la frecuencia y basada en la expresión (20).

El diagrama de Bode del sistema en lazo abierto $F(s) = C(s)G_p(s)$ es mostrado en la figura 6 mostrada debajo. La obtención de dicho diagrama se ha obtenido nuevamente a través de MATLAB con la función $bode[C(s)G_p(s)]$.

Analizando la representación de Bode de la figura 6 del sistema en lazo abierto, podemos apreciar que, a partir de ésta, se verifica el cumplimiento de los requisitos de diseño impuestos. Recordemos que estas especificaciones de diseño eran las siguientes.

$$\begin{cases} \text{Frecuencia de ganancia de cruce: } \omega_{cg} \in [1, 50] \text{ rad/s} \\ \text{Margen de fase: } P_m \geq 30^\circ \\ \text{Fase plana alrededor de } \omega_{cg} \\ \text{Función de sensibilidad: } |S(j\omega)|_{dB} \leq A = -20 \text{ dB}, \forall \omega \leq \omega_s = 0.01 \\ \text{Atenuación de ruido: } |T(j\omega)|_{dB} \leq B = -20 \text{ dB}, \forall \omega \geq \omega_t = 100 \end{cases}$$

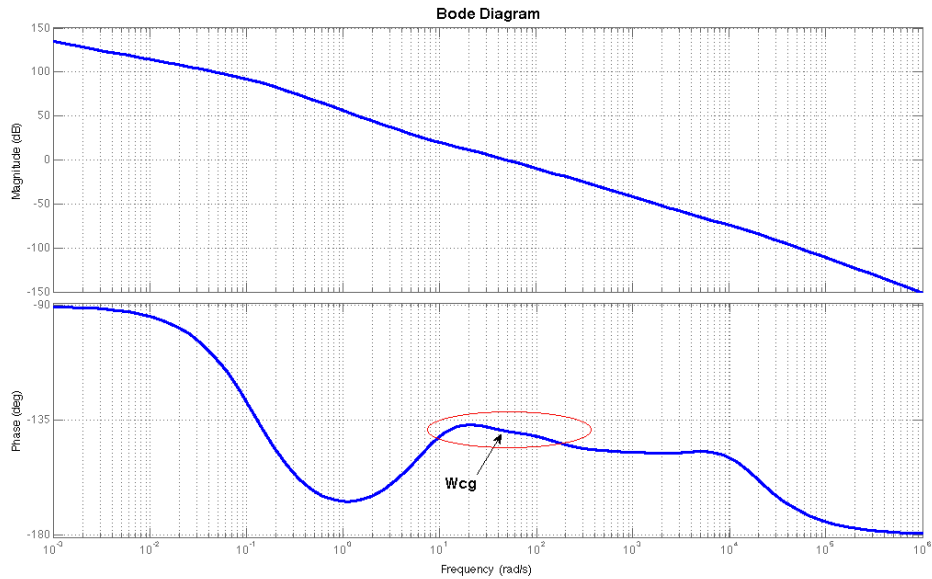


Figura 6. Diagrama de Bode del sistema en lazo abierto $F(s)=C(s)Gp(s)$

Llevando a cabo algunos cálculos simples con la ayuda de MATLAB es fácilmente comprobar dichos requisitos de diseño. A continuación se muestran los valores obtenidos de los parámetros de diseño, si procede, anteriores.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Frecuencia de ganancia de cruce: } \omega_{cg} = 48.8786 \text{ rad/s} \\ \text{Margen de fase: } P_m = 40.5134^\circ \\ \text{Fase plana alrededor de } \omega_{cg} \\ \text{Función de sensibilidad: } |S(0.01 \text{ rad/s})|_{dB} = -134.1679 \text{ dB} \\ \text{Atenuación de ruido: } |T(100 \text{ rad/s})|_{dB} = -39.7930 \text{ dB} \end{array} \right.$$

Estos resultados pueden mostrarse, además, de forma gráfica de tal forma que se aprecie mejor el cumplimiento de estas especificaciones. En la figura 7 se muestran las magnitudes de las funciones de transferencia $S(s)$ y $T(s)$, de arriba abajo, respectivamente. En cuanto al valor del margen de fase, P_m , como el de la frecuencia de cruce de ganancia, ω_{cg} , son gráficamente observables en la representación de Bode anterior correspondiente a la figura 6.

De las evidencias anteriormente mostradas, cabe esperar que la respuesta del sistema en lazo cerrado con la introducción del controlador de orden fraccionario ante una entrada escalón sea totalmente estable. Por lo tanto, la comprobación gráfica de estas previsiones puede observarse en la representación que se ilustra en la figura 8.

4.3. Resultados obtenidos

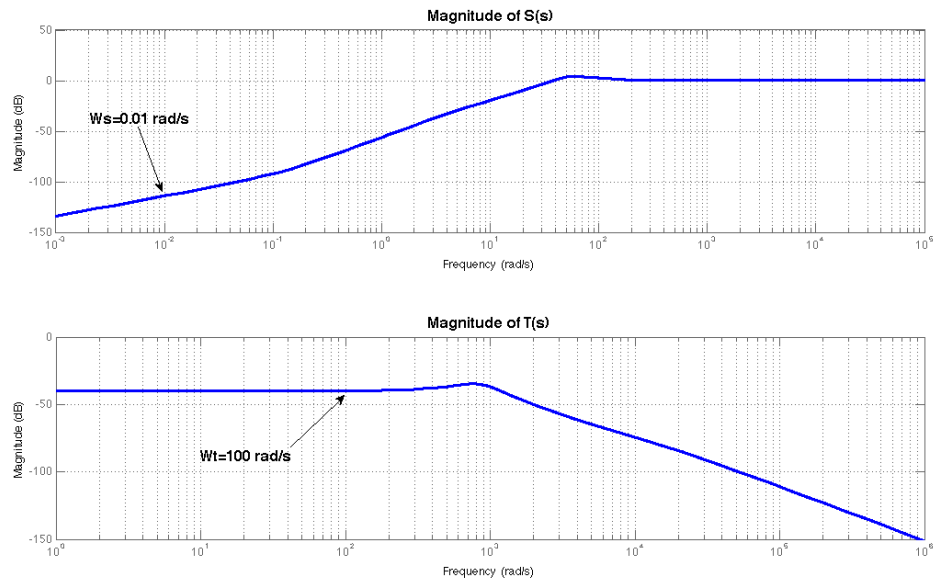


Figura 7. Magnitud de S(s) y T(s), de arriba a abajo, respectivamente

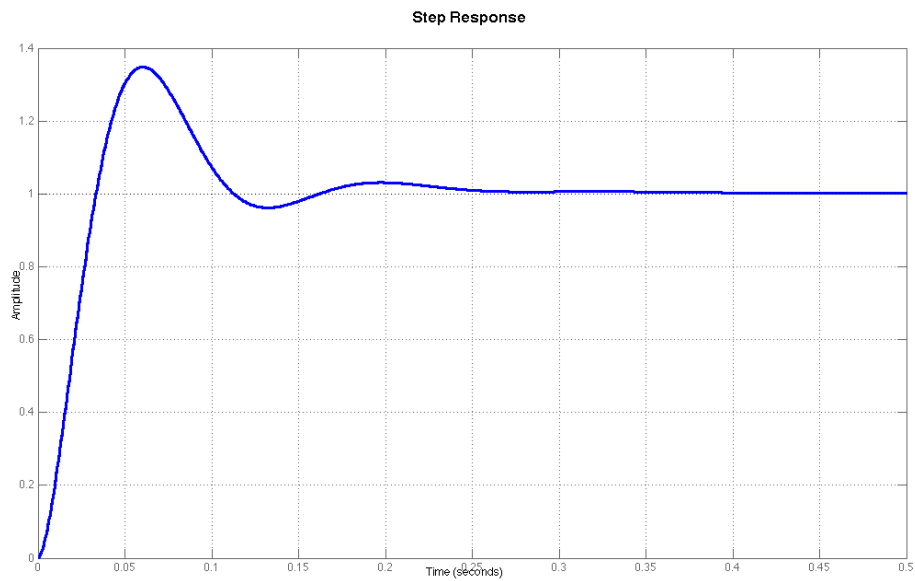


Figura 8. Respuesta del sistema controlado ante entrada escalón con el controlador fraccionario C(s) (26)

A pesar de que nuestro principal objetivo es el de obtener una fase plana alrededor de la frecuencia de cruce de ganancia, ω_{cg} , con el fin de obtener un sistema robusto frente a variaciones en la ganancia de la planta, en la siguiente representación (figura 9) puede observarse una mejora en la respuesta temporal del sistema con la introducción del controlador de orden fraccionario, $C(s)$.

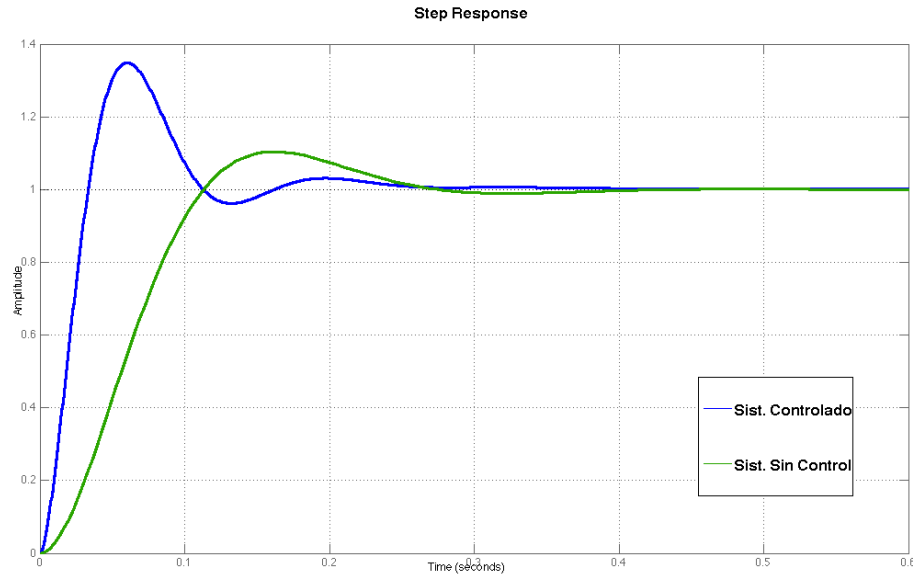


Figura 9. Comparación en la respuesta del sistema controlado y no controlado ante una entrada escalón

De la representación anterior es inmediato observar una mayor rapidez en la estabilización del sistema ante una entrada escalón al mismo al introducir el control. Esta apreciación también es observable en la figura 10, la cual representa las acciones de control del sistema controlado con el controlador de orden fraccionario y del sistema sin controlar, de izquierda a derecha, respectivamente.

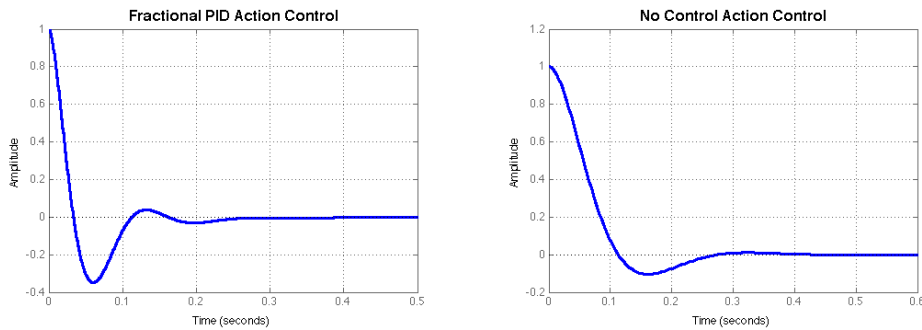


Figura 10. Acciones de control del sistema controlado y sin controlar, de izquierda a derecha, respectivamente

Por otra parte, nótese que la tercera condición anteriormente expuesta es la que minimiza la función de coste empleada basada en la expresión (20). La forma más inmediata de llevar a cabo esta comprobación será realizando la representación de la respuesta de la señal de salida del sistema controlado con $C(s)$ ante una entrada escalón para diferentes valores en la ganancia del sistema propuesto, $G_p(s)$. De esta forma, podremos ver la robustez del sistema ante ligeras variaciones en la ganancia de la planta. Tales resultados pueden apreciarse en la figura 11.

4.3. Resultados obtenidos

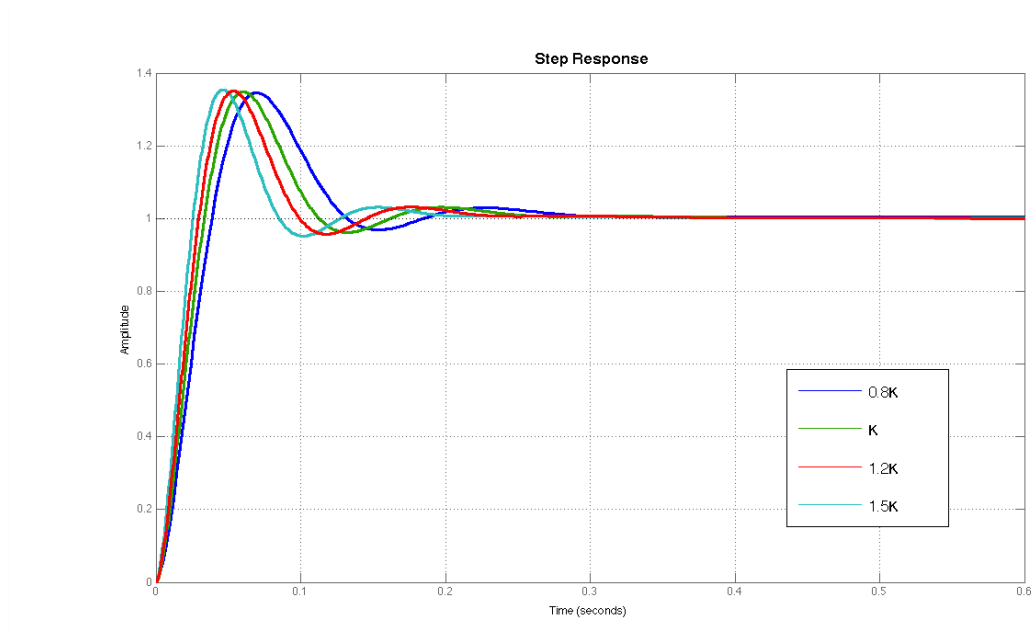


Figura 11. Respuesta del sistema controlado ante entrada escalón con el controlador fraccionario $C(s)$ (26) para ganancias variables de $G_p(s)$

Observando la representación de la figura 9 podemos apreciar la existencia de una fase plana alrededor de la frecuencia de cruce de ganancia, , sin embargo, esta última representación muestra de forma más ilustrativa las consecuencias de cumplir dicho requisito. Si se analiza detenidamente la figura 11, nótese que se consigue el comportamiento deseado ante variaciones en la ganancia de la planta, es decir, un comportamiento similar en la respuesta del sistema ante estas variaciones de ganancia y una sobreoscilación en la salida prácticamente constante en este intervalo al introducir una entrada escalón en la entrada del sistema controlado por el regulador (26). Las variaciones en la ganancia de la planta consideradas oscilan desde el 80% de esta ganancia hasta el 150% de la misma. Recordemos de la ecuación (23), que esta ganancia tenía un valor de 20.46, por lo que dicha variación en la ganancia oscila desde 16.37 hasta 30.69 manteniendo la sobreoscilación en la respuesta prácticamente constante. Como cabía esperar, el sistema es más rápido para las ganancias más grandes y más lento en las más bajas.

Este es un resultado de simulación excelente que nos permite concluir que el sistema presente un buen comportamiento frente a estas variaciones de ganancia, lo cual es uno de los objetivos principales en el diseño en el dominio frecuencial.

En la siguiente subsección comprobaremos si estos resultados se ajustan de la misma forma al llevar a cabo este ensayo sobre el entorno real, es decir, el motor DC descrito anteriormente.

4.3.2. Resultados sobre el motor DC real

Una vez se han cumplido con los objetivos de diseño en el entorno de simulación, el paso siguiente debe ser probar dichos resultados sobre una plataforma real que, en nuestro caso, como bien sabemos se trata de un motor DC. Dado que el diseño de un regulador óptimo en un entorno de simulación no es suficiente, surge esta necesidad de comprobar el funcionamiento del controlador sobre el entorno real, pues, normalmente, las condiciones reales modifican ligeramente el comportamiento de los resultados obtenidos en la simulación. En muchas ocasiones, estas condiciones reales pueden llegar a dar resultados totalmente adversos a los obtenidos en la simulación. En nuestro trabajo en particular, como se mostrará a lo largo de esta subsección, este comportamiento se ha visto ligeramente influido por las condiciones introducidas en el empleo de la plataforma real, sin embargo, se ha conseguido cumplir con los objetivos principales de nuestro trabajo obteniendo los resultados deseados, tal y como se consiguieron en el entorno de simulación descrito en la subsección anterior.

Como se comentó en la sección 4.1., la función de transferencia de la planta que se ha empleado en los resultados experimentales llevados a cabo en el entorno de simulación ha sido previamente identificada a partir del motor DC real con el que se realizan las pruebas en la subsección actual. Por lo tanto, aprovecharemos los datos obtenidos en la simulación para aplicarlos en el entorno real de pruebas y, consecuentemente, reutilizaremos el controlador PID de orden fraccionario obtenido (26) para llevar a cabo el ensayo sobre la plataforma real.

Como se mostrará a continuación y en subsecciones posteriores relacionadas con pruebas experimentales sobre la plataforma real, las inexactitudes presentes son debidas a diferentes fuentes de error y podrán ser detectadas en las señales de salida ante respuesta escalón que se mostrarán en adelante. Estas imprecisiones pueden venir de distintas partes del proceso: identificación de la función de transferencia del sistema, conversión AD/DC y DC/AC (pues la planta es un sistema continuo mientras el ordenador es un dispositivo digital y, por lo tanto, discreto), errores internos del motor DC, no linealidades, etc. Además, algunos de estos resultados se han visto influidos por la limitación del motor de aceptar un intervalo de tensión comprendido entre 0 y 10 voltios.

Sin más dilación, los resultados experimentales obtenidos sobre la plataforma real se presentan a continuación. En primer lugar, la figura 12 muestra la respuesta de la posición del motor DC ante una entrada escalón introduciendo el controlador de orden fraccionario obtenido anteriormente, previamente simulado e presentado en la ecuación (26). De forma ilustrativa, en la figura 13 a esta representación muestra la señal de control experimental obtenida.

4.3. Resultados obtenidos

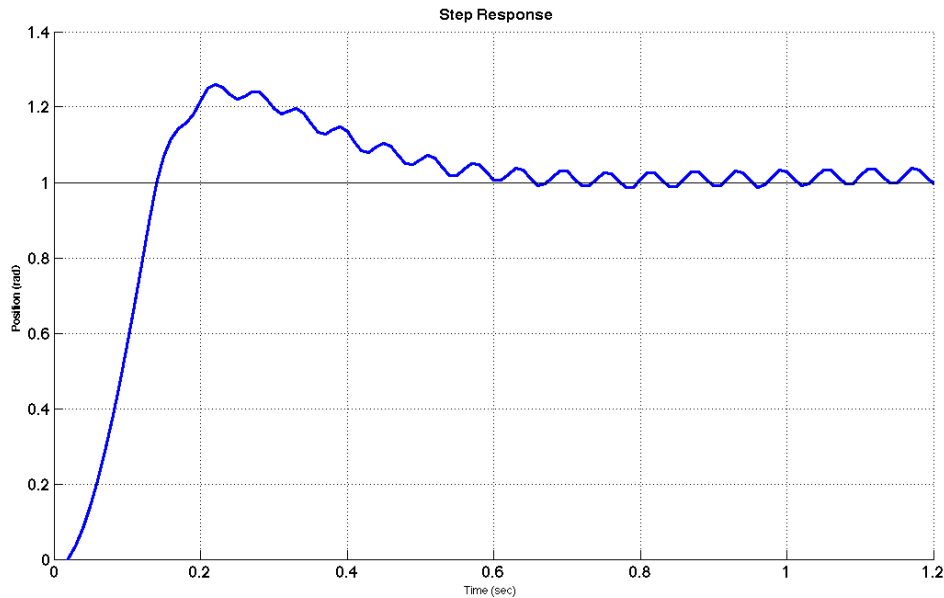


Figura 12. Respuesta del motor DC ante entrada escalón con el controlador fraccionario C(s) (26)

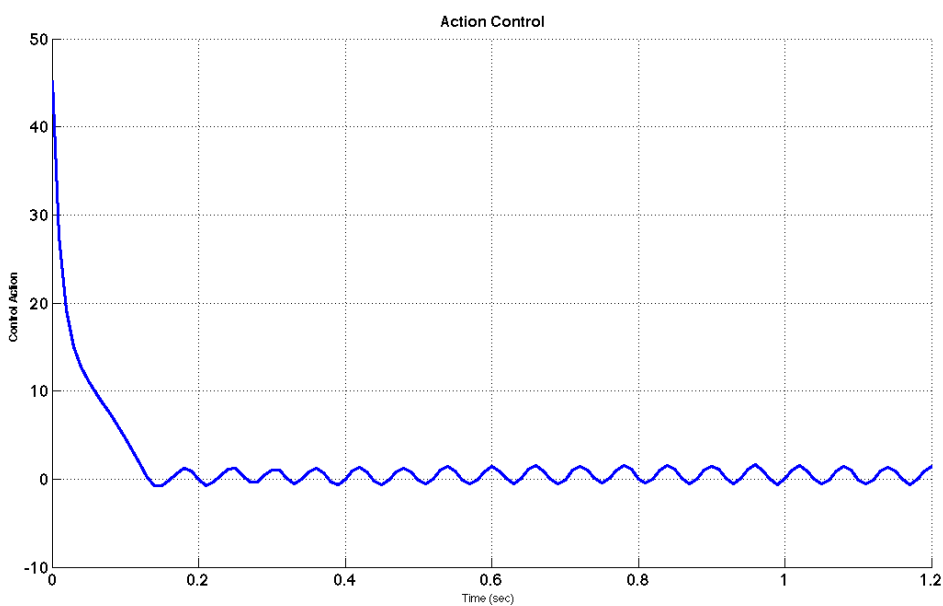


Figura 13. Acción de control del controlador fraccionario C(s) (26) sobre el motor DC

Observando las representaciones anteriores, concretamente la figura 12, puede apreciarse la introducción del carácter real con el empleo de la plataforma física del motor. Si comparamos estos últimos resultados con los presentados en la subsección anterior de resultados simulados y mostrados en la figura 8, también se puede concluir que se empobrecen las propiedades temporales para el caso del sistema real frente al simulado ante una respuesta de entrada escalón.

Aunque el error en régimen permanente es nulo, nótese que se ha incrementado tanto el tiempo de estabilización como la sobreoscilación de la respuesta del sistema real respecto a los resultados experimentales simulados. Para el objetivo que nos ocupa, el empeoramiento de estos parámetros no nos afecta especialmente. Sin embargo, en un proceso de diseño tradicional sí que deberían de tenerse en cuenta.

Por otra parte, obsérvese las pequeñas oscilaciones existentes alrededor del valor final de la respuesta. Este defecto puede causar una grave deterioración de los componentes del sistema. Como se comentó anteriormente, la pérdida de propiedades y la eliminación de idealidades pueden ser causadas por diferentes fuentes de error. Sin embargo, para este caso concreto, este rizado se debe a que el motor DC únicamente permite un rango de tensión de entrada de 0 a 10 voltios y, obsérvese de la figura 13, en la señal de control, que el valor inicial de esta es superado por más de 40 voltios.

Por último, la respuesta del sistema real ante entrada escalón ha sido analizada para una ganancia del sistema variable de tal forma que podamos comprobar el principal objetivo de nuestro trabajo, es decir, conseguir una fase plana alrededor de la frecuencia de cruce de ganancia, ω_{cg} . Como bien sabemos, dicho comportamiento en frecuencia se traduce en una respuesta robusta del sistema, en este caso del sistema real, ante una entrada escalón frente al cambio de la ganancia del sistema de la planta. Tal comportamiento es mostrado en la figura 14.

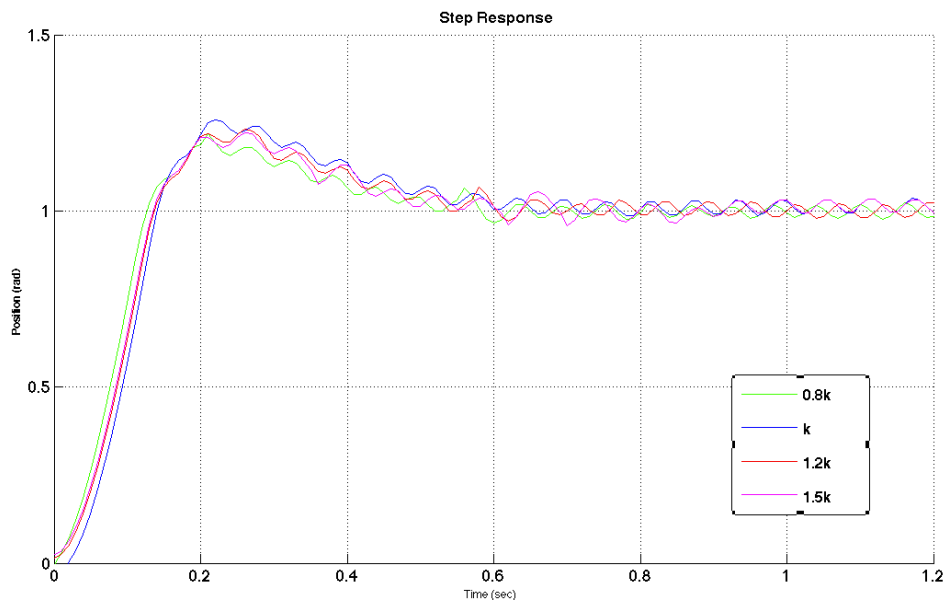


Figura 14. Respuesta del motor DC ante entrada escalón con el controlador fraccionario $C(s)$ (26) para ganancias variables de $G_p(s)$

4.3. Resultados obtenidos

La representación anterior surge de multiplicar la ganancia del motor DC real por diferentes valores: 0.8, 1.2 y 1.5 de la ganancia original del sistema, k . En esta representación es gráficamente demostrable la consecución del objetivo, tantas veces descrito, de nuestro trabajo, pues puede verse una sobreoscilación prácticamente constante para este intervalo de ganancias variables.

Además, por la implementación y cumplimentación de las condiciones descritas en la subsección correspondiente a través de la función de coste del algoritmo evolutivo, tales variaciones de ganancia, tan presentes en cualquier sistema real, no darán lugar a la inestabilidad del sistema. Es más, sucede todo lo contrario, se obtiene, tal y como se aprecia en la figura anterior, un comportamiento de la respuesta del sistema similar ante estos cambios.

En la siguiente subsección, se llevarán a cabo diferentes comparaciones entre los resultados obtenidos y otros métodos y reguladores tradicionales de control de tal forma que se demuestre de manera más eficiente el potencial del trabajo desarrollado.

4.3.3. Comparación de resultados

En la sección actual y subsecciones siguientes se llevará a cabo una detallada comparación entre los diferentes resultados obtenidos, así como con otros métodos existentes y reguladores tradicionales. De esta forma se observará el potencial de trabajo desarrollado con respecto a las técnicas tradicionales de control.

4.3.3.1. Controlador $PI^\lambda D^\mu$ y controlador PID clásico

En primer lugar, la primera comparación consistirá en ver las diferencias existentes entre el empleo de un regulador PID clásico frente a uno fraccionario. De los resultados que se mostrarán a lo largo de la presente subsección se podrá observar tal superioridad en cuanto a comportamiento de estos últimos frente a los tradicionales.

Cabe destacar que el método de ajuste del controlador PID clásico ha sido el mismo empleado para el fraccionario obtenido y presentado en la ecuación (26) de los anteriores subapartados, es decir, el algoritmo de optimización evolutivo *Differential Evolution*. Además, dicho ajuste también se ha basado bajo las condiciones en dominio frecuencial detalladas numéricamente en la subsección 4.2.

Así pues, el controlador PID tradicional obtenido bajo estas condiciones se muestra en la siguiente ecuación (27).

$$C(s) = 0.51 + \frac{0.005}{s} + 1.08s. \quad (27)$$

De forma ilustrativa, a continuación se mostrarán tanto las respuestas temporales como las leyes de control existentes al implementar cada uno de estos dos reguladores, es decir, el regulador PID de orden fraccionario (26) y el PID clásico (27) definido en la anterior ecuación (Ver figura 15).

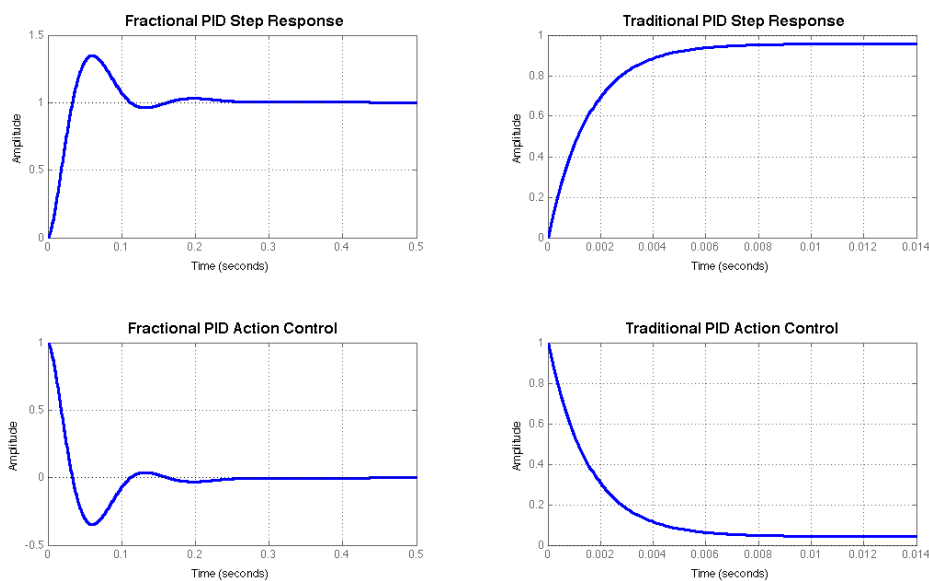


Figura 15. Comparación entre control fraccionario y tradicional. Arriba izquierda: Respuesta escalón con control fraccionario. Arriba derecha: Respuesta escalón con control tradicional. Abajo izquierda: Acción de control del controlador fraccionario. Abajo derecha: Acción de control del control tradicional

Los resultados anteriores corresponden a las representaciones resultado de la ejecución de la simulación del sistema a través de *simulink*, de forma análoga a como se obtuvieron todos aquellos resultados simulados de los casos anteriores.

De estos resultados puede apreciarse un comportamiento ligeramente más satisfactorio en la respuesta temporal del sistema controlado con el controlador PID de orden entero, o tradicional. Sin embargo, recordemos que el objetivo de nuestra investigación es conseguir un controlador capaz de hacer robusto un sistema dado ante variaciones de ganancia en la planta. Dichos resultados únicamente pueden ser observados cuando sometemos a estos sistemas con cada uno de los controladores a las correspondientes variaciones de ganancia

4.3. Resultados obtenidos

mencionadas. En la figura 16 se muestra tal comportamiento en simulación y, posteriormente, su análisis.

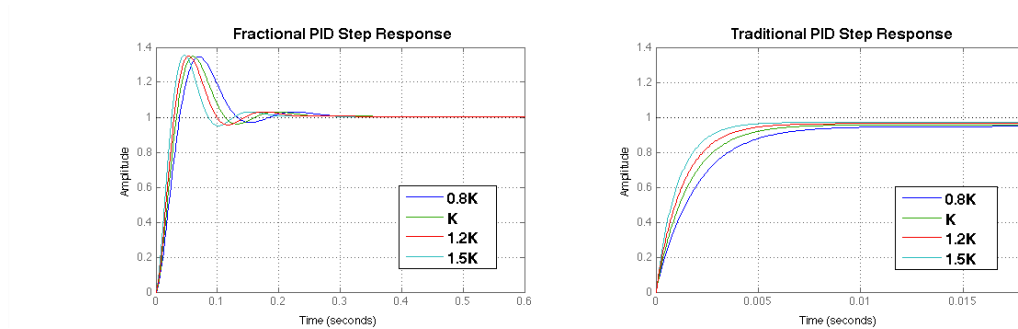


Figura 16. Respuesta escalón para ganancias variables bajo el dominio en la frecuencia. Izquierda: PID de orden fraccionario. Derecha: PID tradicional

De la figura 16 es inmediato observar el claro potencial del controlador de orden fraccionario con respecto del tradicional respecto a la robustez de sus comportamiento ante ligeras variaciones de ganancia de la función de transferencia de la planta.

Como bien sabemos, estos resultados deben comprobarse en nuestro sistema físico real para poder confirmar su funcionamiento. Nuevamente, cabe destacar que, los resultados experimentales sobre la plataforma real que se mostrarán a continuación sufrirán ligeros cambios de comportamiento respecto a lo mostrado anteriormente en la simulación debido a las posibles perturbaciones y defectos propios de los sistemas reales explicados en subsecciones anteriores.

La representación de la figura 17 ilustra el comportamiento experimental obtenido sobre el motor DC tanto del controlador PID tradicional como el controlador PID fraccionario ante la introducción al sistema controlado de una señal de forma onda escalonada, así como sus leyes de control.

De la misma forma que ocurría en los casos simulados mostrados en la figura 15 , en la figura 17 puede observarse la ligera mejoría en el comportamiento temporal del controlador PID tradicional frente al fraccionario, en cuanto a rapidez en la respuesta. Sin embargo, para este caso real se observa un pico de sobreoscilación mínimamente más bajo con el control del regulador PID fraccionario. Por otra parte, apréciase la aparición de un rizado en la respuesta del sistema real controlado con el regulador PID de orden fraccionario debidos a los problemas de limitación de tensión de entrada que presente el motor real y que comentamos en la subsección anterior. Tal efecto es inexistente en el caso del regulador PID tradicional porque la señal de control de éste no supera el intervalo de tensión [0,10] voltios, tal y como puede observarse en la figura 17.

4. Resultados experimentales

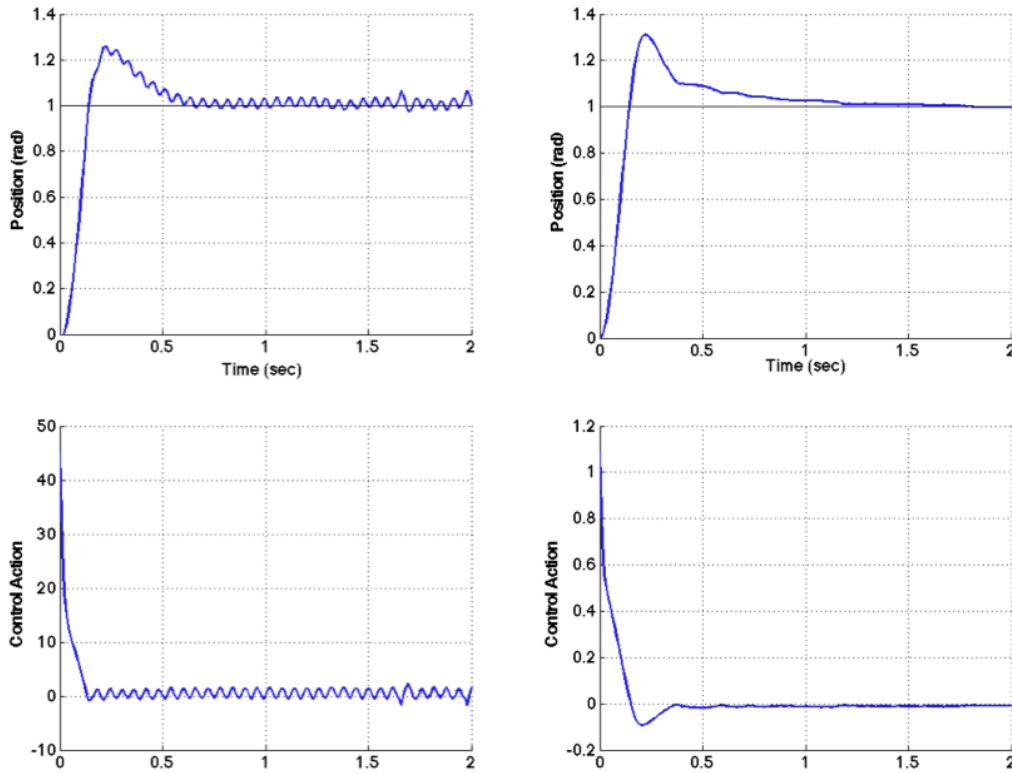


Figura 17. Diseño del controlador bajo el dominio frecuencial para el motor DC real. Arriba izquierda: Respuesta ante entrada escalón con controlador fraccionario. Arriba derecha: Respuesta ante entrada escalón con controlador tradicional. Abajo izquierda: Acción de control del controlador fraccionario. Abajo derecha: Acción de control del controlador tradicional

Respecto a los objetivos que la presente subsección ocupan, el cumplimiento de obtener un bode en lazo abierto del sistema real controlado cuya magnitud de fase sea plana alrededor de la frecuencia de cruce de ganancia, ω_{cg} , pueden apreciarse en la figura 18, la cual muestra el comportamiento del sistema para diferentes ganancias de la planta: desde $0.8k$ hasta $1.5k$, donde k es la ganancia de la plataforma real experimentada, es decir, el motor DC.

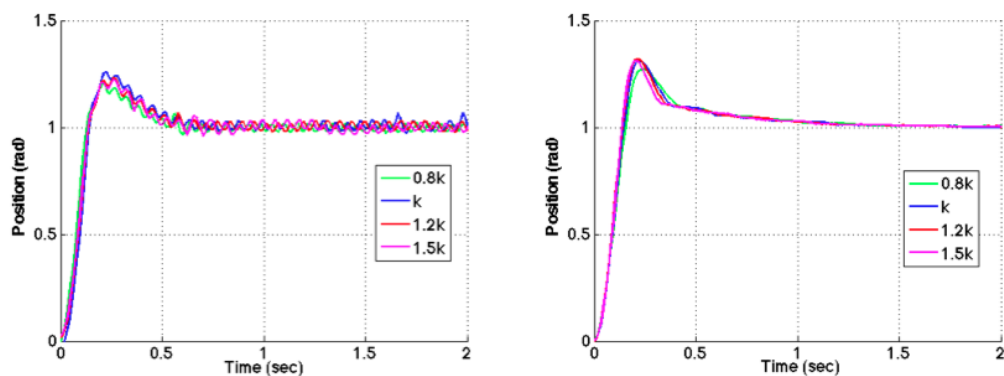


Figura 18. Respuesta escalón para ganancias variables del motor DC controlado. Izquierda: PID de orden fraccionario. Derecha: PID tradicional

4.3. Resultados obtenidos

Con estos resultados podemos afirmar el correcto funcionamiento de la función de coste con especificaciones en el dominio de la frecuencia implementada sobre el algoritmo DE tanto para el control del sistema con el regulador PID de orden entero como de orden fraccionario resultantes de su ejecución. Obsérvese al conseguir soluciones que minimizan la ecuación principal (20) de esta función de coste que, recordemos que era aquella que mostraba un comportamiento de la fase del sistema controlado en lazo abierto plano alrededor de la frecuencia de cruce de ganancia, ω_{cg} , además de cumplir otras especificaciones de diseño anteriormente mencionadas.

En apartados posteriores, cuando no sea empleada la función de coste cuyas especificaciones se implementan en el dominio de la frecuencia, podrá apreciarse mejor esta robustez del sistema controlado tan mencionada frente a las variaciones provocadas en la ganancia de la planta.

4.3.4. Resultados con otras funciones de ajuste

A lo largo de las últimas secciones del presente documento se ha detallado el proceso llevado a cabo para cumplir con una serie especificaciones de diseño basadas en el dominio frecuencial para una plataforma conocida cumpliéndose éstas con éxito a través del algoritmo DE.

En las siguientes subsecciones se darán a conocer de una forma más breve la otra función de coste implementada con el objetivo de cumplir otra serie de especificaciones basadas en el dominio. El funcionamiento teórico de esta solución propuesta viene desarrollado en los primeros capítulos del presente documento (Ver sección 3.2.5.).

Para esta otra propuesta se han obtenido tanto un controlador PID de orden entero como un controlador PID de orden fraccionario, cumpliéndose satisfactoriamente las condiciones implementadas en cada una de estas funciones de coste y que, por lo tanto, minimizan estas funciones. Para el caso de las soluciones propuestas que minimizan la función de ajuste con especificaciones del dominio temporal se han obtenido, además, resultados experimentales sobre la plataforma real.

La siguiente subsección describe los resultados obtenidos para un ajuste del controlador, tanto de orden fraccionario como de orden entero, basado en el dominio temporal.

4.3.4.1. Ajuste en el dominio temporal

Otro método de ajuste propuesto en nuestro trabajo es el de realizar un ajuste del controlador PID, ya sea de orden entero o fraccionario, con el objetivo de cumplir unas especificaciones basadas en el dominio temporal. Estas especificaciones han sido detalladas previamente en la subsección 3.2.5.1.

A lo largo del presente subapartado se llevará a cabo un análisis más conciso pero similar al realizado para el caso de ajustar el regulador bajo especificaciones en el dominio de la frecuencia. De forma análoga, se mostrarán paralelamente los resultados obtenidos tanto en simulación como con el sistema real, el motor DC, tanto un controlador PID tradicional como de orden fraccionario, $PI^\lambda D^\mu$, obtenidos a través de este método y esta función de ajuste.

Recordemos que, para la búsqueda de ambos tipos de controladores, dicha función de coste engloba el empleo de los algoritmos 2 y 3 explicados en el presente documento, así como el algoritmo DE expuesto sobre el Algoritmo 1 como pilar fundamental del proceso. Así pues, la ecuación empleada de minimización será la ecuación (14).

Como se ha comentado en varias ocasiones, el sistema empleado para realizar este ensayo es idéntico al explicado en el apartado 4.1. En cuanto al ajuste de los parámetros del algoritmo evolutivo empleado, es decir, el algoritmo DE, son similares a los empleados para ajustar los controladores de la subsección anterior (Ver subsección 4.2). Nuevamente, estos valores serán similares pero variarán ligeramente respecto al empleo de otro método de ajuste debido a la importancia de las condiciones iniciales y la convergencia hacia una solución.

Una vez se ha llevado a cabo esta etapa previa de configuración, ejecutamos el algoritmo DE y se obtendrán soluciones que minimizan la ecuación (14) tras un periodo relativamente corto de computación. De estas soluciones se escogerá la más óptima, es decir, la mínima, que es la proporcionada por el algoritmo evolutivo.

Por lo tanto, de acuerdo con dicha ecuación el controlador PID de orden fraccionario obtenido es el mostrado en la siguiente ecuación.

$$C(s) = 0.375 + \frac{1.119}{s^{0.226}} + 0.202s^{0.669}. \quad (28)$$

Por otro lado, y de forma análoga a cómo hemos obtenido el controlador (28) y adaptando las funciones necesarias, se ha realizado un proceso de optimización

4.3. Resultados obtenidos

para obtener un controlador PID tradicional cumpliendo las mismas especificaciones, es decir, las correspondientes a esta función de ajuste basada en el dominio temporal. El controlador PID tradicional puede apreciarse en la ecuación (29).

$$C(s) = 40.2563 + \frac{4.5192}{s} + 0.5133s. \quad (29)$$

En primer lugar, mostraremos la respuesta simulada ante una entrada escalón del sistema con la introducción de los dos controladores anteriores, (28) y (29), así como sus respectivas acciones de control.

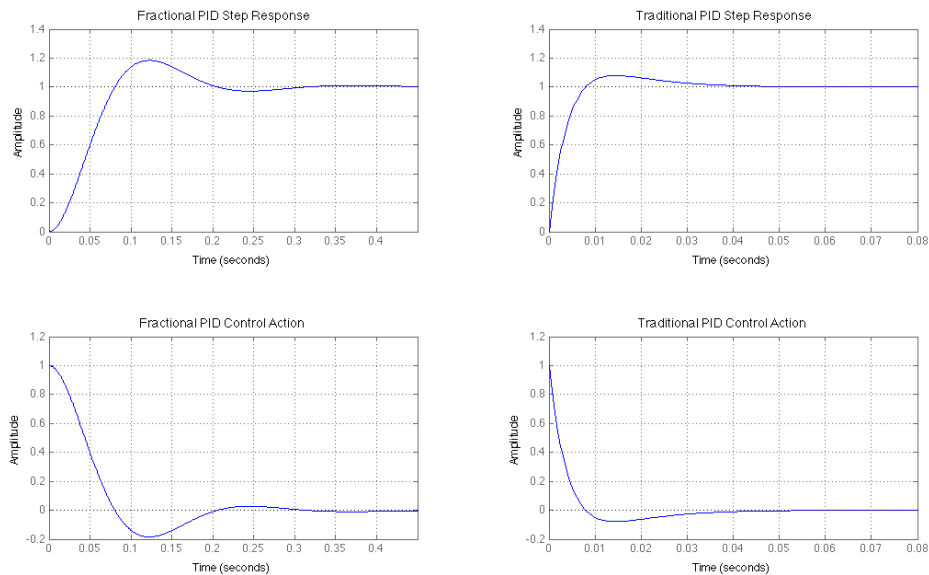


Figura 19. Diseño del controlador bajo el dominio temporal para el sistema $G_p(s)$. Arriba Izquierda: Respuesta ante entrada escalón del controlador fraccionario. Arriba derecha: Respuesta ante entrada escalón del controlador tradicional. Abajo izquierda: Acción de control del controlador fraccionario. Abajo derecha: Acción de control del controlador tradicional

De la figura 19 puede observarse un mejor comportamiento temporal para el caso del control con el regulador PID tradicional de orden entero, tanto en rapidez de respuesta como en tiempo de estabilización como en sobreoscilación. Sin embargo, tal idealidad va a provocar, como veremos más adelante cuando abordemos las pruebas reales sobre el motor, una imposibilidad física de poder ajustarse a tal comportamiento. En relación a la respuesta del sistema con el controlador fraccionario se observa un comportamiento rápido y estable del mismo mejorando su respuesta ante escalón respecto al sistema realimentado sin controlar, tal y como se observa en la figura 20.

4. Resultados experimentales

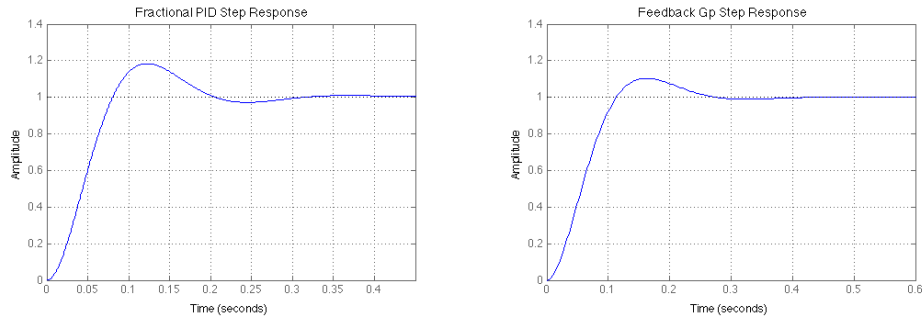


Figura 20. Comparación entre el sistema controlado y sin controlar en simulación. Izquierda: Respuesta ante entrada escalón con control fraccionario. Derecha: Respuesta ante entrada escalón sin control

En segundo lugar, debemos comprobar el funcionamiento de estos controladores sobre la plataforma física real, el motor DC experimental. Estos comportamientos son mostrados en la figura 21. Tal y como llevamos a cabo con los resultados experimentales reales de la anterior función de ajuste, la basada en el dominio frecuencial, los controladores empleados para realizar el control del motor son los presentados en las ecuaciones (28) y (29).

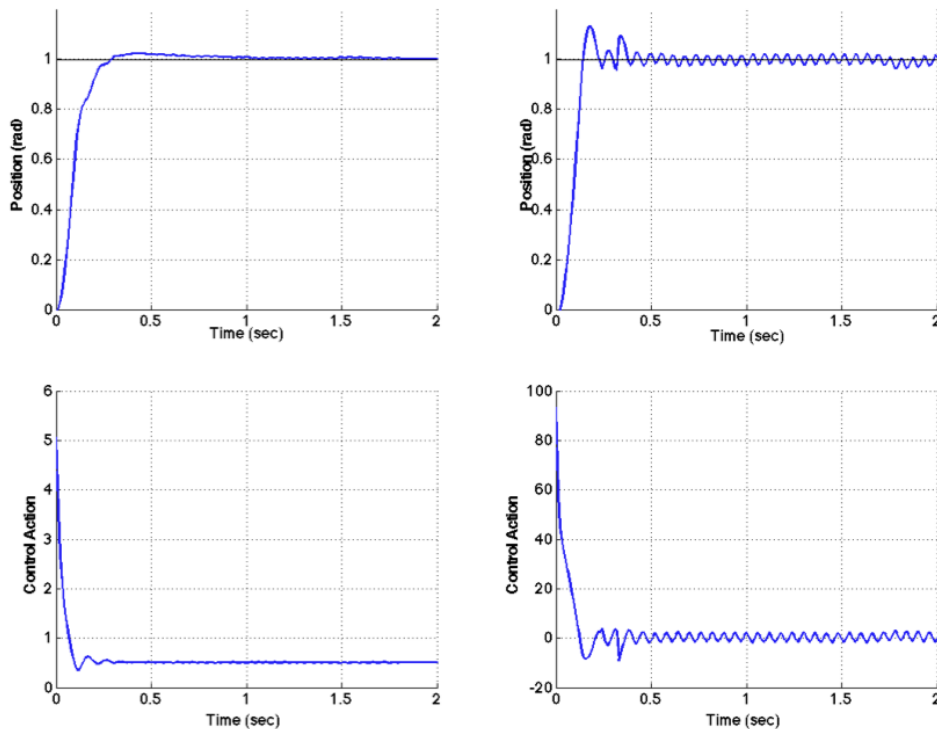


Figura 21. Diseño del controlador bajo el dominio temporal para el motor DC real. Arriba izquierda: Respuesta ante entrada escalón con control fraccionario. Arriba derecha: Respuesta ante entrada escalón con control tradicional. Abajo izquierda: Acción de control del controlador fraccionario. Abajo derecha: Acción de control del controlador tradicional

Obsérvese las buenas condiciones que presenta la respuesta de la posición del motor DC controlado por el regulador (28), es decir, el controlador $PI^\lambda D^\mu$ o de

4.3. Resultados obtenidos

orden fraccionario. Nótese como los propios sistemas físicos y reales que forman el sistema real disminuyen la sobreoscilación existente en la misma representación para el caso simulado (Figura 19). Tal y como adelantamos anteriormente, el efecto contrario provoca que el sistema real controlado con el regulador PID (29) tenga una respuesta de rizado, pues las condiciones mecánicas y características del motor no presentan la idealidad observada en la figura 19 ya que la señal de control de éste supera el intervalo de tensión de aceptación del motor.

De forma ilustrativa, a continuación, en la figura 22, se mostrará el comportamiento del sistema ante ligeras variaciones de la ganancia del sistema bajo el control de los reguladores (28) y (29) de tal forma que se compruebe la eficacia del diseño del controlador basado en el dominio de la frecuencia y con las especificaciones de fase plana tantas veces mencionado, explicado en subsecciones anteriores y objeto principal de estudio en nuestra investigación.

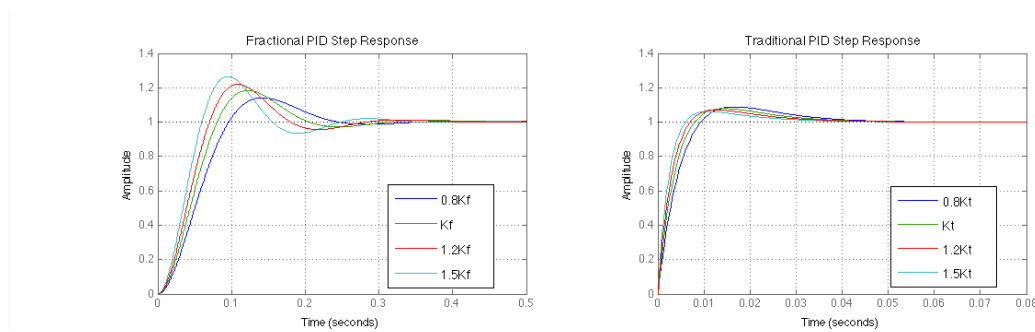


Figura 22. Respuesta escalón para ganancias variables bajo el dominio temporal en simulación. Izquierda: PID de orden fraccionario. Derecha: PID tradicional

Las figuras 16 (Subsección 4.3.3.1) y 22 corresponden a las respuestas en simulación ante entradas escalón para ganancias variables de la planta G_p regulado por diferentes controladores. En éstas se puede observar una clara diferencia: la falta de robustez en el comportamiento del sistema controlado ante estas variaciones de la figura 22 respecto la figura 16. El motivo de esta situación es que las especificaciones de diseño son totalmente diferentes. Mientras los controladores de la figura 16 (Controladores (26) y (27)) han sido ajustados para poseer una fase plana alrededor de la frecuencia de cruce de ganancia, ω_{cg} , y, por lo tanto, para tener un comportamiento robusto ante estas variaciones, los controladores empleados en la figura 22 (Controladores (28) y (29)) han sido calculados para minimizar los errores cometidos respecto a unas especificaciones basadas en la respuesta temporal del sistema controlado ante una entrada escalón.

Este efecto es menos apreciable en el caso de las experimentar el mismo ensayo sobre la plataforma. Esto es debido a la mayor lentitud que conlleva el empleo de un sistema real y la mayor absorción de este tipo de efectos en frecuencia.

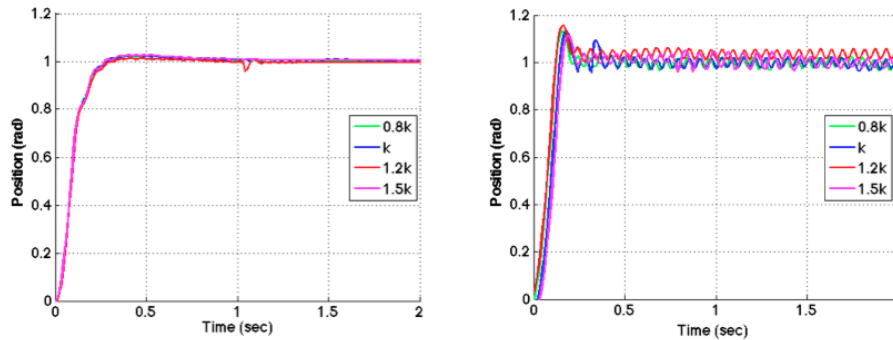


Figura 23. Respuesta escalón para ganancias variables bajo el dominio temporal sobre el motor DC real. Izquierda: PID de orden fraccionario (28). Derecha: PID tradicional (29)

El objetivo de mostrar estas últimos dos resultados es el demostrar el potencial del diseño de un controlador en el dominio de la frecuencia, además de observar las diferencias entre los resultados procedentes de dos configuraciones de diseño totalmente adversas, pues mientras que en el diseño en frecuencia hemos pretendido hacer potente un sistema controlado ante las variaciones que pueda sufrir la ganancia de la planta, en el diseño temporal se ha tratado de adquirir ciertas propiedades de rapidez y respuesta en el tiempo de la señal de salida del sistema ante una señal de entrada de tipo escalón.

Siguiendo en esta línea y, a modo de demostrar el funcionamiento del trabajo desarrollado consistente en el ajuste de un controlador PID tanto de orden entero como fraccionario basado en unas especificaciones definidas en el dominio frecuencial, el siguiente apartado mostrará la aplicación del algoritmo desarrollado aplicado sobre otros sistemas.

4.3.5. Comprobación en otros sistemas del trabajo desarrollado

En la presente subsección se buscará demostrar el correcto funcionamiento del trabajo que hemos desarrollado poniéndolo en práctica sobre otra planta diferente respecto con la que hemos ensayado previamente. La planta propuesta para llevar a cabo estas demostraciones se rige bajo la siguiente función de transferencia.

$$G_{propuesta} = \frac{6(s+2)}{s^2+5s-6}. \quad (30)$$

4.3. Resultados obtenidos

A lo largo del apartado se mostrará la eficiencia del algoritmo DE para el ajuste de un controlador PID de orden fraccionario o, $PI^\lambda D^\mu$, con el fin de hacer de la planta propuesta un sistema capaz de tener un excelente comportamiento ante las posibles variaciones que pudiera sufrir la ganancia de la planta.

En primer lugar, analicemos brevemente el sistema planteado que nos servirá de *conejillo de indias*. Veamos que, la planta propuesta en la ecuación (30) corresponde a una función de transferencia de segundo orden. Recurriendo a algunos indicadores de estabilidad ya mencionados durante el presente documento, como los márgenes de ganancia o de fase, es inmediato observar la inestabilidad del sistema.

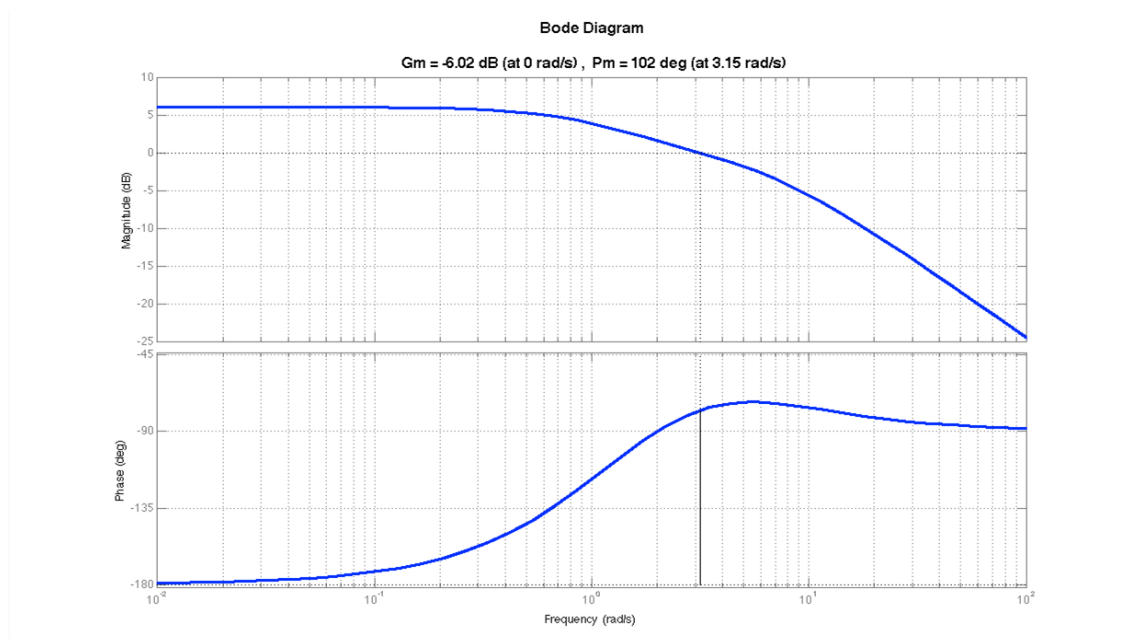


Figura 24. Diagrama de Bode de la función de transferencia de la planta propuesta sin controlar

Del diagrama de Bode mostrado en la figura 24 es inmediato observar gráficamente la inestabilidad de la planta propuesta sin controlar. De forma numérica, es fácilmente darse cuenta de que el margen de ganancia, G_m , es negativo (-6.02 dB) y, por lo tanto, se trata de un sistema inestable.

Así pues, urge la necesidad de implementar un control, en primer lugar, para hacer de la planta un sistema estable y, en segundo lugar, para demostrar los objetivos de control ampliamente descritos en nuestro trabajo.

De esta forma, lanzando nuestro algoritmo evolutivo con la opción de ajuste 2, es decir, con el diseño basado en el dominio de la frecuencia, y con un ajuste de parámetros del DE similares al realizado a lo largo de nuestra investigación, proponemos el siguiente controlador de orden fraccionario como solución.

$$C(s) = 3.8351 + \frac{2.8545}{s^{0.3453}} + 17.9004s^{0.8266}. \quad (31)$$

La figura 25 muestra el efecto causado por la introducción del controlador anterior obtenido sobre la función en lazo abierto del sistema y el diagrama de Bode.

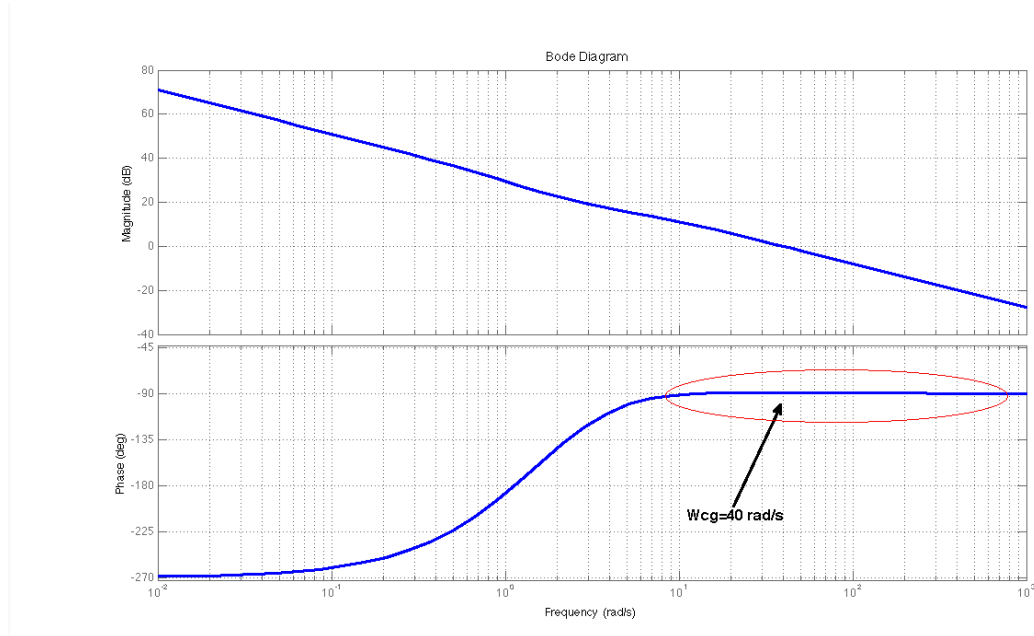


Figura 25. Diagrama de Bode de la función de transferencia de la planta propuesta controlada por $C(s)$ (31)

Como puede observarse en la figura 25, la especificación principal (A) de la función de coste que optimiza el algoritmo hacia una solución que minimice la ecuación (20) (Ver subsección 3.2.5.1.), es decir la consecución de una fase plana alrededor de la frecuencia de cruce de ganancia, ω_{cg} , se satisface completamente según lo mostrado en la figura 25.

La respuesta ante una entrada escalón al sistema realimentado y controlado por la introducción de $C(s)$ (31) se muestra en la figura 26. Se observará que la respuesta temporal es excelente, además de que la sobreoscilación y el tiempo de establecimiento son mínimos casualmente, pues recordemos que las especificaciones de diseño no tiene tales objetivos y, por lo tanto, podríamos haber obtenido peores resultados en cuanto a estos indicadores temporales.

De los resultados ilustrados en la figura 25, antes de realizar la simulación cabe esperar que el comportamiento del sistema ante una entrada escalón y variaciones en la ganancia de la planta sea satisfactoria. La figura 27 muestra la evolución de la señal de salida ante una entrada escalón y variaciones sufridas en la ganancia de la plataforma propuesta.

4.3. Resultados obtenidos

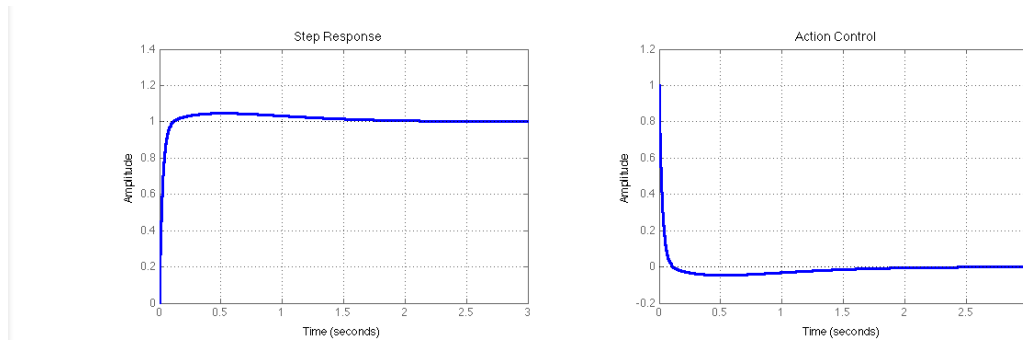


Figura 26. Diseño del controlador $C(s)$ (31) para la planta propuesta. Izquierda: Respuesta ante escalón. Derecha: Acción de control

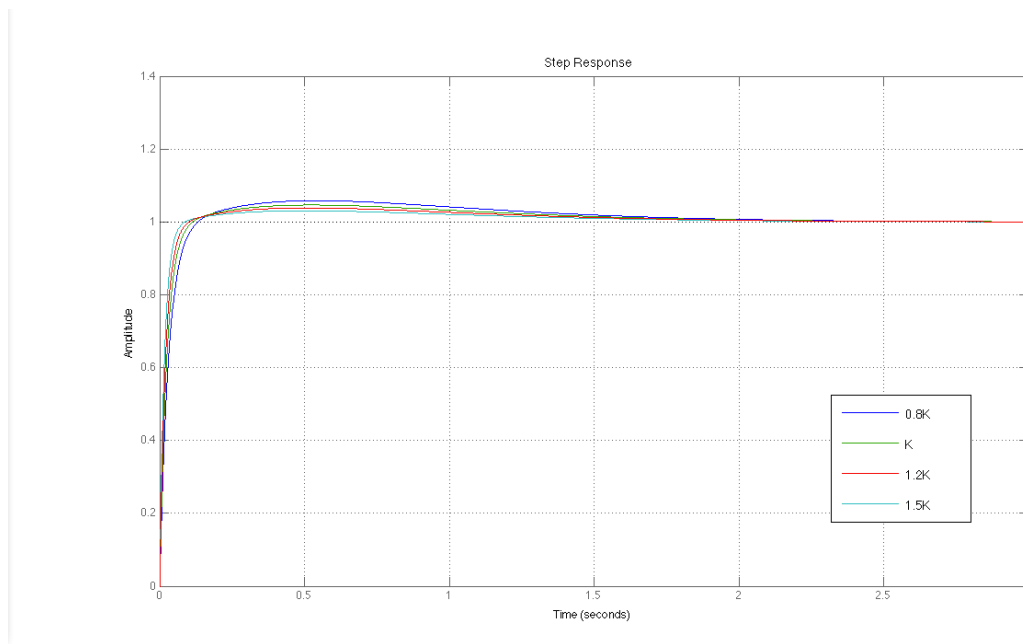


Figura 27. Comportamiento de la señal de salida del sistema propuesto (30) controlado por $C(s)$ (31) ante una entrada escalón y variaciones en la ganancia de la planta

En la figura 27 se demuestra la evidencia del funcionamiento del trabajo desarrollado. Tal y como puede apreciarse, el comportamiento del sistema controlado para diferentes ganancias de la planta ante una señal de entrada con forma escalón es totalmente satisfactorio, es decir, el controlador resultante del algoritmo de optimización implementado hace que el sistema sea robusto frente a estos cambios consiguiendo filtrar estas variaciones tan frecuentes en cualquier sistema y obteniendo un comportamiento similar al previamente diseñado.

Lamentablemente no es posible de testear estos resultados sobre una plataforma real ante la ausencia de dicho sistema definido sobre una sistema físico real. En cualquier caso, queda demostrado el correcto funcionamiento del algoritmo desarrollado y del potencial de adaptación del uso de controladores de orden fraccionario en la ingeniería de control. Este algoritmo ha sido simulado sobre

otras plantas propuestas con resultados satisfactorios, sin embargo, su ilustración en el presente informe sería redundante.

4.3. Resultados obtenidos

5. Conclusiones

Un nuevo método basado en conceptos de computación evolutiva es propuesto en el presente trabajo para llevar a cabo el ajuste de los cinco parámetros diferentes de los controladores de orden fraccionario $PI^\lambda D^\mu$. Este nuevo método de ajuste propuesto presenta múltiples ventajas. En primer lugar, permite una mayor flexibilidad en el proceso de diseño de un controlador porque, al proponer distintas funciones de ajuste o coste, diferentes especificaciones de diseño a cumplir podrían ser escogidas de forma simple y sencilla. Además, un conocimiento previo y minucioso de la plataforma a controlar no es necesario para obtener un resultado exitoso siempre que la señal de salida del sistema sea accesible. Como ya mencionamos en varias ocasiones, si los parámetros del controlador se encuentran en un espacio adecuado de búsqueda de soluciones, la convergencia del método está prácticamente asegurada.

El algoritmo implementado ha sido probado para controlar la posición de salida de un motor de corriente continua tanto en un entorno de simulación como real. Para estos entornos se han implementado dos tipos diferentes de controladores con objetivos de diseño totalmente adversos: uno de ellos con la capacidad de optimizar la respuesta temporal del sistema controlado y el otro con la consigna de satisfacer algunas propiedades definidas en el dominio frecuencial. De forma complementaria y comparativa, se han desarrollado, además, dos controladores PID, uno de orden entero y otro de orden fraccionario, para satisfacer cada una de las especificaciones definidas en cada uno de estos dos dominios, el temporal y el frecuencial. Dentro de nuestro humilde conocimiento, no conocemos otros grupos de investigación en el mundo diseñando controladores fraccionarios con técnicas evolutivas en el dominio de la frecuencia.

En el trabajo desarrollado podemos, fundamentalmente, establecer dos comparaciones con conclusiones satisfactorias. Por una parte, hemos demostrado las ventajas del empleo de controladores de orden fraccionario frente a los controladores tradicionales o de orden entero. Los controladores fraccionarios $PI^\lambda D^\mu$ empleados debido a su componente fraccionario en las operadores integral y derivativo son capaces de tener una mayor adaptación a las condiciones de diseño establecidas, ya se basen en un régimen temporal o frecuencial. Por otro lado, resulta evidente que el diseño de un controlador bajo especificaciones definidas en el dominio de la frecuencia hace al sistema más robusto frente a ciertas perturbaciones que todos los sistemas reales en la industria sufren. Como se ha visto a lo largo del proyecto, los controladores desarrollados con el fin de cumplir esta especificación han favorecido a que el sistema controlado con éstos

5. Conclusiones

mantenga un comportamiento similar ante este amplio intervalo de ganancias de la planta, siendo tal efecto apreciable principalmente en el mantenimiento de la sobreoscilación de la señal de salida prácticamente constante en todo este intervalo de ganancias de la planta. Además, cabe destacar la mejor adaptación de los controladores fraccionarios frente a los tradicionales a este tipo de configuración.

6. Trabajos futuros relacionados

En este penúltimo apartado se plantearán trabajos para llevar a cabo en el futuro a partir del conocimiento de los resultados que hemos obtenido en nuestro trabajo.

El primer trabajo interesante a abordar en el futuro sería el diseño de un controlador que combinara las opciones de diseño desarrolladas y propuestas en nuestro trabajo basado en la técnica evolutiva del algoritmo DE, es decir, el diseño de un controlador que optimice la respuesta temporal de un sistema y el basado en satisfacer algunas propiedades del dominio frecuencial. Tal trabajo ya fue introducido en la subsección 3.2.5.3 del presente documento y con el objetivo de minimizar la ecuación (21). El gran reto para obtener resultados con éxito será la definición del parámetro ϑ que actúa como factor de importancia al error cometido en cada una de las funciones de ajuste a combinar. Se deberá llevar a cabo un análisis, estudio y comparación de la magnitud de éstos para establecer un valor adecuado, pues la magnitud del error de la función de ajuste basada en la respuesta temporal es mucho menor para la consecución de buenas soluciones frente a la magnitud del error que comenten las soluciones óptimas en el diseño bajo el dominio de la frecuencia. Antes de llevar a cabo dicha comprobación, sería necesario solucionar el rango de tensión de 0 a 10 voltios que permite el motor DC disponible en el laboratorio para evitar la aparición del rizado cuando la señal de control supera dicho intervalo.

Por otra parte, la función de transferencia de la planta analizada en nuestra investigación es un sistema de segundo orden con un polo negativo y un polo en el origen. Además no existen retrasos significativos o componentes no lineales. Otro campo de investigación a realizar en el futuro podría ser la aplicación de este proceso de optimización para el ajuste de controladores sobre sistemas más complicados y enrevesados que contengan no linealidades, retrasos y una mayor complejidad en cuanto a su estabilidad.

Por último, ante la falta de medios existentes, ha sido imposible probar el algoritmo desarrollado sobre otros sistemas reales. De aquí que surja la necesidad en el futuro de poder confirmar el adecuado funcionamiento sobre otras plataformas reales que, yo mismo me ofrecería a poder comprobar.

6. Trabajos futuros relacionados

7. Referencias

- [1] C. A. Monje, B. M. Vinagre, V. Feliu, Y. Chen, Tuning and auto-tuning of fractional order controllers for industry applications, *Control Engineering Practice* 16 (2008) 798–812.
- [2] R. Storn, K. Price, Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces, *Journal of Global Optimization* 11 (1997) 341–359.
- [3] H. W. Bode, *Network analysis and feedback amplifier design*, Princeton, 1945.
- [4] B. M. Vinagre, C. A. Monje, A. J. Calderón, Y. Q. Chen, V. Feliu, The fractional integrator as a reference function, in: *First IFAC workshop on fractional differentiation and its applications*, Bordeaux, France, pp. 150–155.
- [5] S. Manabe, The non-interger integral and its application to control systems, *ETJ of Japan* 6 (1961) 83–87.
- [6] R. S. Barbosa, J. A. Tenreiro, I. M. Ferreira, A fractional calculus perspective of PID tuning, in: *ASME 2003 design engineering technical conferences and computers and information engineering conference*, Chicago, USA.
- [7] A. Oustaloup, *CRONE control: Robust control of non-integer order*, Paris, Hermes (1991).
- [8] A. Oustaloup, F. Levron, F. Nanot, B. Mathieu, Frequency-band complex noninteger differentiator: Characterization and synthesis, *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications* 47 (2000) 25–40.
- [9] I. Podlubny, Fractional-order systems and $PI^{\lambda}D^{\mu}$ controllers, *IEEE Transactions on Automatic Control* 44 (1999) 208–214.
- [10] B. Vinagre, I. Podlubny, Dorcák, V. Feliu, On fractional PID controllers: A frequency domain approach. In *IFAC workshop on digital control*, in: *Past, present and future of PID control*, Terrasa, Spain, p. 53–58.
- [11] R. Caponetto, L. Fortuna, D. Porto, Parameter tuning of a non-integer order PID controller, in: *15th international symposium on mathematical theory of networks and systems*, Notre Dame, Indiana.
- [12] J. F. Leu, S. Y. Tsay, C. Hwang, Design of optimal fractional-order PID controllers, *Journal of the Chinese Institute of Chemical Engineers* 33 (2002) 193–202.
- [13] B.M.Vinagre, *Modelling and control of dynamic systems characterized by integro-differential equations of fractional order*, Ph.D. thesis, UNED, Madrid, Spain, 2001.
- [14] B. M. Vinagre, C. A. Monje, A. J. Calderón, Fractional order systems and fractional order control actions, in: *41st conference on decision and control. Tutorial workshop 2: Fractional calculus applications in automatic control and robotics*, Las Vegas, USA.
- [15] Y. Q. Chen, Ubiquitous fractional order controls, in: *The second IFAC symposium on fractional derivatives and applications (IFAC FDA06)*, Porto, Portugal.
- [16] R. S. Barbosa, J. A. Tenreiro, I. M. Ferreira, PID controller tuning using fractional calculus concepts, *Fractional Calculus and Applied Analysis* 7 (2004) 119–134.

7. Referencias

- [17] R. S. Barbosa, J. A. Tenreiro, I. M. Ferreira, Tuning of PID controllers based on Bode's ideal transfer function, *Nonlinear Dynamics* 38 (2004) 305–321.
- [18] Y. Q. Chen, K. L. Moore, B. M. Vinagre, I. Podlubny, Robust PID controller autotuning with a phase shaper, in: *First IFAC workshop on fractional differentiation and its applications*, Bordeaux, France: ENSEIRB, p. 162–167.
- [19] Y. Q. Chen, B. M. Vinagre, I. Podlubny, Continued fraction expansion approaches to discretizing fractional order derivatives - An expository review, *Nonlinear Dynamics* 38 (2004) 155–170.
- [20] Y. Q. Chen, B. M. Vinagre, C. A. Monje, A proposition for the implementation of non-integer pi controllers, in: *Thematic action "systems with non-integer derivations"*, Bordeaux, France: LAP- ENSEIRB.
- [21] C. A. Monje, A. J. Calderón, B. M. Vinagre, PI vs fractional DI control: First results, in: *In CONTROLO 2002: 5th Portuguese conference on automatic control*, Aveiro, Portugal, pp. 359–364.
- [22] R. Malti, M. Aoun, O. Cois, A. Oustaloup, F. Levron, H_2 norm of fractional differential systems, in: *ASME 2003 design engineering technical conferences and computers and information in engineering conference*, Chicago, USA.
- [23] I. Petrás, M. Hypiusova, Design of fractional-order controllers via H_∞ norm minimisation, *Selected Topics in Modelling and Control*, 3, 50–54. 3 (2002) 50–54.
- [24] B.S.Y. Sánchez, Fractional-PID control for active reduction of vertical tail buffeting, *Technical Report*, Saint Louis University, 1999.
- [25] A. Oustaloup, B. Mathieu, P. Lanusse, The CRONE control of resonant plants: Application to a flexible transmission, *European Journal of Control* 1 (1995) 113–121.
- [26] P. Lanusse, T. Poinot, O. Cois, A. Oustaloup, J. Trigeassou, Tuning of an active suspension system using a fractional controller and a closed-loop tuning, in: *11th international conference on advanced robotics*, Coimbra, Portugal, pp. 258–263.
- [27] A. J. Calderón, Fractional control of a power electronic buck converter, Ph.D. thesis, Escuela de Ingenierías Industriales, Universidad de Extremadura, Badajoz, Spain., 2003.
- [28] A. J. Calderón, B. M. Vinagre, V. Feliu, Linear fractional order control of a DC–DC buck converter, in: *ECC 2003: European control conference*, Cambridge, UK.
- [29] V. Pommier, R. Musset, P. Lanusse, A. Oustaloup, Study of two robust control for an hydraulic actuator, in: *ECC 2003: European control conference*, Cambridge, UK.
- [30] N. M. Fonseca, J. A. Tenreiro, Fractional-order hybrid control of robotic manipulators, in: *11th international conference on advanced robotics*, Coimbra, Portugal, p. 393–398.
- [31] J. A. Tenreiro, A. Azenha, Fractional-order hybrid control of robot manipulators, in: *IEEE international conference on systems, man and cybernetics: Intelligent systems for humans in a cyberworld*, San Diego, California, USA, p. 788–793.
- [32] J. Sabatier, A. Oustaloup, Implementation of a thermal platform for the test of non-integer systems, in: *In Conference on education of technologies and*

- information and systems sciences, Toulouse, France: □Univerit'e Paul Sabatier, p. 361–364.
- [33] I. Petrás, B. M. Vinagre, Practical application of digital fractional-order controller to temperature control., *Acta Montanistica Slovaca* 7 (2002) 131–137.
 - [34] I. Petrás, B. M. Vinagre, L. Dorcák, V. Feliu, Fractional digital control of a heat solid: Experimental results, in: *International Carpathian control conference*, Malenovice, Czech Republic, pp. 365–370.
 - [35] B. M. Vinagre, I. Petrás, L. Dorcák, Two digital realizations of fractional controllers: Application to temperature control of a solid, in: *ECC 2001: European control conference*, Porto, Portugal, p. 1764–1767.
 - [36] V.Feliu, R.Rivas, L.Sánchez, Fractional robust control of mainirrigation canals with variable dynamic parameters, *Control Engineering Practice* 15 (2007) 673–686.
 - [37] E.Laroche,D.Knittel,An improved linear fractional model for robustness analysis of a winding system, *Control Engineering Practice* 13 (2005) 659–666.
 - [38] D. Valério, Fractional robust system control, Ph.D. thesis, Universidade Técnica de Lisboa, 2005.
 - [39] Y. Q. Chen, K. L. Moore, Discretization schemes for fractional order differentiators and integrators, *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications* 49 (2002) 363–367.
 - [40] C. A. Monje, Design methods of fractional order controllers for industrial applications, Ph.D. thesis, □Escuela de Ingenier'ias Industriales, Universidad de Extremadura, Badajoz, Spain, 2006.
 - [41] I. Podlubny, I. Petrás, B. M. Vinagre, P. O'Leary, L. Dorcák, Analogue realizations of fractional-order controllers, *Nonlinear Dynamics* 29 (2002) 281–296.
 - [42] T. Krink, B. Filipic and G. B. Fogel, “Noisy Optimization Problems – a Particular Challenge for Differential Evolution?,” *Proceedings of the Congress on Evolutionary Computation (CEC'04)*, San Diego, California (July 6–9, 2004).
 - [43] F. Martín, L. Moreno, S. Garrido, D. Blanco, High-Accuracy Global Localization Filter for three- dimensional Environments, *Robotica* 30 (2011) 363–378.
 - [44] S. Markon, D. V. Arnold, T. Back, T. Beielstein and H.- G. Beyer, “Thresholding-a Selection Operator for Noisy Es,” *Proceedings of the Congress on Evolutionary Computation (CEC'01)*, Seoul, Korea (2001).
 - [45] F.Martín, C.González, L.Moreno and D.Blanco,“Accelerated Localization in Noisy 3D Environments Using Differential Evolution,” *Proceedings of International Conference on Genetic and Evolutionary Methods*, Las Vegas, Nevada (Jul. 12–15, 2010).
 - [46] L. Moreno, S. Garrido, M. L. Muñoz, Evolutionary Filter for Robust Mobile Robot Localization, *Robotics and Autonomous Systems* 54 (2006) 590–600.
 - [47] G. Franklin, J. Powell, A. Naeini, *Feedback control of dynamic systems*, Reading, MA, 1986.
 - [48] Y. Q. Chen, K. L. Moore, Relay feedback tuning of robust PID controllers with iso-damping property, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B* 35 (2005) 23–31.

7. Referencias